

1. 세 집합 $A = \{x|x\text{는 } 10\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 16\text{의 약수}\}$, $C = \{x|x\text{는 } 20\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup C) \cap B$ 는?

① $\{4, 8, 16\}$

② $\{1, 2, 4\}$

③ $\{1, 2, 6, 8\}$

④ $\{3, 6, 12\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.

$A \cup C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이 된다.

집합 B 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 4\}$ 가 된다.

2. 다음 집합들 중 서로소인 것은?

① $A = \{x \mid x = 2n, n \text{은 자연수}\}, B = \{x \mid x = 2n - 1, n \text{은 자연수}\}$

② $A = \{x \mid x = 6m, m \text{은 정수}\}, B = \{x \mid x = 3m, m \text{은 정수}\}$

③ $A = \{x \mid x \text{는 } x^2 \leq 4 \text{인 정수}\}, B = \{0, 1, 2\}$

④ $A = \{x \mid x \text{는 복소수}\}, B = \{x \mid x \text{는 실수}\}$

⑤ $A = \{x \mid 3 \leq x < 8\}, B = \{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$

해설

A 는 짝수의 집합, B 는 홀수의 집합을 나타내기 때문에 서로소인 집합이 된다.

3. 두 집합 $A = \{4, 5, a - 1\}$, $B = \{b - 3, 6, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$A \cap B = \{4, 6\}$ 이므로 $\{4, 6\} \subset \{4, 5, a - 1\}$, $\{4, 6\} \subset \{b - 3, 6, 8\}$ 이다.

그러면 $a - 1 = 6$, $b - 3 = 4$ 가 되어 $a = 7$, $b = 7$ 이다.

따라서 $\frac{b}{a} = \frac{7}{7} = 1$ 이다.

4. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으려면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

5. 명제 ' x 가 소수이면 x 는 홀수이다.'는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = B$

② $B \subset A$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $(A \cup B) \subset A$

⑤ $A \cup (A \cap B) = B$

해설

$A \cup B = A$ 일 때, $B \subset A$ 이다.

⑤ $A \cup (A \cap B) = A \cup B = A$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B$ 와 집합 B 가 다음과 같을 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

$$A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{미만의 자연수}\}$$

- ① $\{1, 4, 8\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 큰 } 2 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

집합 $B = \{1, 2\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로
집합 A 는 원소 4, 8을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.
⑤ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

8. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 짝수}\}$ 에 대하여
 $n(A \cap B) = \square$, $n(A \cup B) = \square$ 이다.

$\square$ 안에 들어갈 수를 차례대로 쓴 것은?

① 2, 4

② 3, 9

③ 3, 6

④ 4, 6

⑤ 4, 9

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로

$A \cap B = \{2, 4, 8\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$ 이다.

따라서 $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 4 + 5 - 3 = 6$ 이다.

9. 우리 반 학생 56 명 중에서 제주도에 가 본 학생이 35 명, 일본에 가 본 학생이 21 명, 제주도에도 일본에도 가 보지 못한 학생이 8 명일 때, 제주도와 일본에 모두 가 본 학생을 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 8 명

해설

제주도에 가 본 학생을 집합 A 라 하고, 일본에 가 본 학생을 집합 B 라 하자.

제주도에도 일본에도 가 보지 못한 학생이 8 명이므로 $n(A \cup B) = 56 - 8 = 48$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$48 = 35 + 21 - x$$

$x = 8$ 이다.

그러므로 제주도와 일본에 모두 가 본 학생 , 즉 $n(A \cap B) = 8$

10. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3\}$, $B - A = \{5\}$, $A^c \cap B^c = \{7, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{1\}$

② $\{3\}$

③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 3, 5\}$

⑤ $\{1, 5\}$

해설

$A - B = \{3\}$, $B - A = \{5\}$, $A^c \cap B^c = \{7, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{1\}$ 이다.

11. 전체집합 $U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 9, 15, 21\}$, $B = \{12, 15, 18, 21\}$ 에 대하여 연산 $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 로 정의할 때, $(A \Delta B) \Delta B^c$ 을 나타낸 것은?

① $\{3, 6, 12\}$

② $\{3, 12, 18\}$

③ $\{3, 15, 21\}$

④ $\{6, 12, 18\}$

⑤ $\{6, 12, 15, 18\}$

해설

$$\begin{aligned} A \Delta B &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= \{3, 9, 12, 15, 18, 21\} - \{15, 21\} \\ &= \{3, 9, 12, 18\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (A \Delta B) \Delta B^c &= \{3, 9, 12, 18\} \Delta \{3, 6, 9\} \\ &= \{3, 6, 9, 12, 18\} - \{3, 9\} \\ &= \{6, 12, 18\} \end{aligned}$$

12. 두 조건 $p : 0 < x < 3$, $q : -1 < x < 2$ 에 대하여 ' $\sim p$ 또는 q ' 의 부정은?

① $0 < x < 2$

② $-1 < x < 3$

③ $x \leq -1$ 또는 $x > 0$

④ $-1 \leq x < 3$

⑤ $2 \leq x < 3$

해설

' $\sim p$ 또는 q ' 의 부정은 ' p 이고 $\sim q$ ' 이므로

$p : 0 < x < 3$, $\sim q : x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$ 에서



따라서, ' $\sim p$ 또는 q ' 의 부정은 $2 \leq x < 3$ 이다.

13. 다음 중 참인 명제는 모두 몇 개인가?

- ㉠ 임의의 유리수 x 에 대하여 $x + y = \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 y 가 존재한다.
- ㉡ 임의의 유리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 을 만족하는 유리수 y 가 존재한다.
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 을 만족하는 무리수 y 가 존재한다.
- ㉣ 임의의 무리수 x 에 대하여 $\sqrt{3}x$ 는 무 리수이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다.

해설

- ㉠ 주어진 조건을 만족하는 유리수 y 가 존재한다면 (유리수)+(유리수)=(무리수)가 되므로 모순이다. (거짓)
 - ㉡ $x = 0$ 일 때, $xy = 1$ 을 만족하는 y 는 존재하지 않는다. (거짓)
 - ㉢ x 가 무리수이므로 $x \neq 0$ 이다. 즉, $xy = 1$ 에서 $y = \frac{1}{x}$ 은 무리수이므로 무리수 y 가 존재한다. (참)
 - ㉣ $x = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{3}x = \sqrt{3}\sqrt{3} = 3$ 이 되어 유리수이다. (거짓)
- 따라서 참인 명제는 ㉢ 하나뿐이다.

14. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x - 2| < a \text{ (단, } a > 0 \text{)}$$

$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$|x - 2| < a \text{ 에서 } -a < x - 2 < a \therefore 2 - a < x < 2 + a \therefore$$

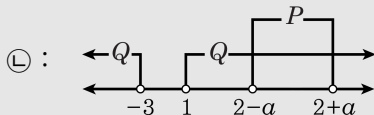
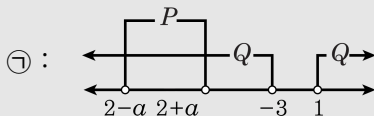
$$P = \{x | 2 - a < x < 2 + a\}, Q = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 1\}$$

따라서 $P \subset Q$ 가 되려면 $2 + a \leq -3 \dots \textcircled{7}$ 또는 $2 - a \geq 1 \dots$

$\textcircled{L}$,

$$\text{즉, } a \leq -5 \text{ 또는 } a \leq 1$$

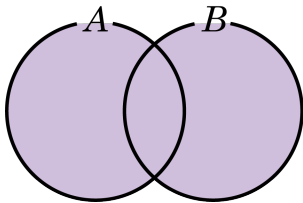
그런데 $a > 0$ 이므로 구하는 a 의 범위는 $0 < a \leq 1$



$$\therefore \alpha = 0, \beta = 1$$

$$\therefore \alpha + \beta = 1$$

15. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16, 24\}$, $B = \{4 \times x \mid x \in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$B = \{4 \times x \mid x \in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.

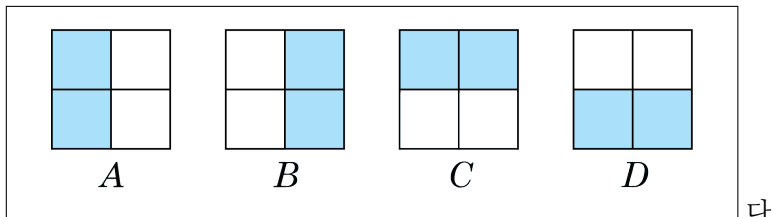
원소나열법으로 고쳐보면,

$B = \{4, 8, 16, 32, 64, 96\}$ 이 된다.

색칠한 부분의 원소는 $\{1, 2, 4, 8, 16, 24, 32, 64, 96\}$ 이다.

이때, 가장 큰 원소는 96이다.

16. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 나타낸 것은?



① $(A - B) \cup (B - A)$

② $(A \cup B) - (B \cap C)$

③ $(B - C) \cup (C - B)$

④ $(A \cup C) - (A \cap C)$

⑤ $(B - C) \cup (C - B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $(A \cup C) - (A \cap C)$ 이다.

17. 두 집합 $A = \{5, 2a + 1, 11\}$, $B = \{6 - a, 3a - 2, 13\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7\}$ 일 때, $B - A$ 는?

① $\{5, 7, 11\}$

② $\{3, 7, 13\}$

③ $\{5, 11\}$

④ $\{3, 13\}$

⑤ $\{7\}$

해설

$A - B = \{7\}$ 이므로 $7 \in A$, $7 \in B$ 이다.

$$2a + 1 = 7 \quad \therefore a = 3$$

$$B = \{6 - 3, 3 \times 3 - 2, 13\} = \{3, 7, 13\}$$

$$B - A = \{3, 13\}$$

18. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $B = \{1, 3, 5, 9\}$, A 에 대하여 집합 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 3, 9, 10\}$ 를 만족하는 집합 A 는?

① $\{2, 5\}$

② $\{5, 7\}$

③ $\{5, 10\}$

④ $\{5, 7, 9\}$

⑤ $\{5, 9, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $B = \{1, 3, 5, 9\}$, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 3, 9, 10\}$ 이므로 $A \cap B = \{5\}$ 이다.

따라서 집합 $A = \{5, 10\}$ 이다.

19. 실수 전체 집합의 두 부분집합 $A = \{a^2 - 2a - 1, 3\}$, $B = \{2, 4 - a, 2a^2 - a\}$ 에 대하여 $B - A^c = \{2\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하면?

① 10

② 16

③ 21

④ 25

⑤ 30

해설

$B - A^c = B \cap (A^c)^c = B \cap A = \{2\}$ 이므로 집합 A 에는 원소 2가 들어있다.

따라서 $a^2 - 2a - 1 = 2$, $a^2 - 2a - 3 = 0$

$\therefore a = -1, a = 3$ 이다.

i) $a = -1$ 일 때, $A = \{2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$

$\therefore A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 부적당

i) $a = 3$ 일 때, $A = \{2, 3\}$, $B = \{1, 2, 15\}$

$A \cap B = \{2\}$ 이고, 이 때 $A \cup B = \{1, 2, 3, 15\}$

따라서 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은 21이다.

20. 자연수 n 의 양의 배수의 집합을 A_n 이라 할 때, 다음 <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, m, n 은 자연수)

보기

㉠ $A_5 \cap A_7 = \emptyset$

㉡ $A_4 \cup A_6 = A_4$

㉢ m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$

㉤ $m = kn$ (k 는 양의 정수) 이면 $A_m \subset A_n$

① ㉠, ㉡, ㉤

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ $A_5 \cap A_7 = A_{35}$

㉡ $A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$

$A_6 = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 이므로

$A_4 \cup A_6 = \{4, 6, 8, 12, 16, \dots\} \neq A_4$

㉢ $A_m = \{m, 2m, \dots, nm, (n+1)m, \dots\}$

$A_n = \{n, 2n, \dots, mn, (m+1)n, \dots\}$

m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$

㉤ $A_m = A_{kn} = \{kn, 2kn, 3kn, \dots\}$

$A_n = \{n, 2n, 3n, 4n, \dots\}$ 이므로

$A_m \subset A_n$

21. 집합 $P = \{2x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{3, 5\}, B = \{5, 7, 9\}$ 에 대하여 $A \cup X = B \cup X$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$$P = \{2x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\} = \{3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$A = \{3, 5\}, B = \{5, 7, 9\}$$

$A \cup X = B \cup X$ 를 만족하는 X 는 원소 3, 7, 9 를 반드시 포함하는 집합 P 의 부분집합이다.

따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-3} = 4$ (개)

22. 집합 $N = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분 집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A_2 \subset A_4$
 ㉡ $A_3 \subset A_4 = A_{12}$
 ㉢ $A_4 \cup A_6 \subset A_2$
 ㉣ $(A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12}$
 ㉤ $n(A_4) > n(A_2)$
 ㉥ $A_3 - A_4 = A_3 - A_{12}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

$$\text{㉠ } A_2 \subset A_4 \rightarrow A_4 \subset A_2$$

$$\text{㉡ } A_3 \subset A_4 = A_{12} \rightarrow \text{옳다.}$$

$$\text{㉢ } A_4 \cup A_6 \subset A_2 \rightarrow A_4 \subset A_2 \text{ 이고 } A_6 \subset A_2 \text{ 이므로 옳다.}$$

$$\text{㉣ } (A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12} \rightarrow A_6 \cup A_{12} = A_6 \text{ 이므로 옳지 않다.}$$

$$\text{㉤ } n(A_4) > n(A_2) \rightarrow A_4 \subset A_2 \text{ 이므로 옳지 않다.}$$

$$\text{㉥ } A_3 - A_4 = A_3 - A_{12} \rightarrow 3 \text{ 의 배수에서 } 4 \text{ 의 배수인 것을 제외한 집합은, } 3 \text{ 의 배수에서 } 12 \text{ 의 배수를 제외한 집합과 같으므로 옳다.}$$

23. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 32, n(B) = 20, n(C) = 15,$
 $n(A \cap B) = x, n(B \cap C) = 0, n(A \cap C) = 10, n(A - B) = 22$ 일 때,
 $n(A \cup B \cup C)$ 의 값은?

① 41

② 43

③ 45

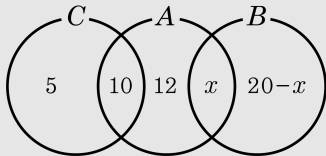
④ 47

⑤ 49

해설

벤다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같다.

그러므로 $n(A \cup B \cup C) = 5 + 10 + 12 + x + 20 - x = 47$



24. 60명의 학생이 세 개의 클럽 중 적어도 한 클럽에 속해 있다. 그 학생들의 집합을 각각 A , B , C 라 할 때, $n(A) = 42$, $n(B) = 36$, $n(C) = 27$, $n(A \cap B \cap C) = 10$ 이다. $n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A))$ 를 구하면 ?

① 5

② 15

③ 25

④ 35

⑤ 45

해설

$n(A \cup B \cup C) = 60$ 이므로,

$$60 = 42 + 36 + 27 - \{n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)\} + 10$$

따라서, $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap B) = 55$

$$\begin{aligned} \therefore n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)) &= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) \\ &\quad - 3n(A \cap B \cap C) + n(A \cap B \cap C) = 55 - 3 \times 10 + 10 = 35 \end{aligned}$$

25. 두 자리의 자연수 중에서 2의 배수이거나 3의 배수이면서 8의 배수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 56개

해설

$U = \{10, 11, 12, 13, \dots, 99\}$ 이고,

2의 배수의 집합을 A , 3의 배수의 집합을 B , 8의 배수의 집합을 C 라고 하면,

2의 배수이거나 3의 배수이면서 8의 배수가 아닌 것의 집합은 $(A \cup B) - C$ 이다.

$$n((A \cup B) - C) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C),$$

$A \cap B$ 는 6의 배수의 집합이고, $A \cap B \cap C$ 는 24의 배수의 집합이므로

$$45 + 30 - 15 - 4 = 56$$