

1. 다음 보기 중  $x$ 에 대한 이차방정식인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠  $(x+1)(x-3) = 0$

㉡  $x^2 - 2x + 3$

㉢  $x(2-x) = 1 - 2x^2$

㉣  $4x - 6 = 0$

㉤  $a^2 - 2a = 3$

㉥  $x(x-1) = x^2$

▶ 답:                         개

▷ 정답: 2개

해설

- ㉠ 정리하면  $x^2 - 2x - 3 = 0$  :  $x$ 에 대한 이차방정식이다.
- ㉡  $x$ 에 대한 이차식이다.
- ㉢ 정리하면  $x^2 + 2x - 1 = 0$  :  $x$ 에 대한 이차방정식이다.
- ㉣  $x$ 에 대한 일차방정식이다.
- ㉤  $a$ 에 대한 이차방정식이다.
- ㉥ 정리하면  $-x = 0$  :  $x$ 에 대한 일차방정식이다.

2.  $x^2 - 3x + 1 = ax^2 + bx$  이 이차방정식 일 때,  $a$  값이 될 수 없는 것을 구하여라.(단,  $a, b$  는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 3x + 1 &= ax^2 + bx \text{ 에서} \\(1 - a)x^2 - (3 + b)x + 1 &= 0 \\ \therefore x^2 \text{ 의 계수가 } 0 \text{ 이 아니어야 하므로 } a &\neq 1\end{aligned}$$

3. 다음 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 근이 되는 것을 모두 고르면?  
(정답 2 개)

①  $2x^2 = 10$  [- $\sqrt{5}$ ]

②  $2x^2 - 3x - 1 = 0$  [1]

③  $x^2 - 3x + 2 = 0$  [2]

④  $x^2 + 2x + 3 = 0$  [-3]

⑤  $x^2 - 10x + 24 = 0$  [-4]

해설

[ ] 안의 수를 방정식에 대입하여 성립하는 것을 고른다.

①  $2x^2 = 10$ 에  $x = -\sqrt{5}$ 를 대입하면

$2 \times (-\sqrt{5})^2 = 10$ 이 되어 성립한다.

③  $x^2 - 3x + 2 = 0$ 에  $x = 2$ 를 대입하면

$2^2 - 3 \times 2 + 2 = 0$ 이 되어 성립한다.

4.  $x$ 가  $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때, 이차방정식  $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

①  $-3, 4$

②  $-4, 4$

③  $-3, 3$

④  $-4, 5$

⑤  $-2, 3$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - x - 12 &= 0 \\(x-4)(x+3) &= 0 \\x &= 4 \text{ 또는 } x = -3\end{aligned}$$

5. 이차방정식  $5x^2 - bx + 20 = 0$  의 한 근을  $a$  라고 할 때,  $5a^2 - ab + 1$  의 값은?

- ① -20    ② -19    ③ -18    ④ -17    ⑤ -16

해설

$5x^2 - bx + 20 = 0$  에  $x = a$  를 대입하면

$5a^2 - ab + 20 = 0$ ,  $5a^2 - ab = -20$

$\therefore 5a^2 - ab + 1 = (-20) + 1 = -19$

6. 이차방정식  $ax^2 + bx + 4 = 0$  의 한 근을  $k$  라고 할 때,  $ak^2 + bk + 1$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$ax^2 + bx + 4 = 0$  의 한 근이  $k$  이므로  $ak^2 + bk + 4 = 0$  ,  
 $ak^2 + bk = -4$  이므로  
 $ak^2 + bk + 1 = -4 + 1 = -3$

7. 이차방정식  $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 의 한 근이  $p$ 일 때,  $p^2 - \frac{14}{3}p$ 의 값은?

- ①  $\frac{5}{3}$       ②  $\frac{8}{3}$       ③  $-\frac{8}{3}$       ④  $-\frac{5}{3}$       ⑤  $-\frac{11}{3}$

해설

이차방정식  $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 에  $x = p$ 를 대입하면,  
 $3p^2 - 14p + 8 = 0$ ,  $-8 = 3p^2 - 14p$   
따라서  $p^2 - \frac{14}{3}p = -\frac{8}{3}$ 이다.

8. 이차방정식  $ax^2 + bx + 3 = 0$  의 한 근이  $k$  일 때,  $ak^2 + bk + 5$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

주어진 식에  $x$  대신에  $k$  를 대입하면

$$ak^2 + bk + 3 = 0$$

$$\therefore ak^2 + bk + 5 = 2$$

9. 이차방정식  $x^2 - x - 1 = 0$  의 한 근을  $a$ ,  $x^2 - 2x - 3 = 0$  의 한 근을  $b$  라고 할 때,  $a^2 - a - b^2 + 2b$  의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x = a$  를  $x^2 - x - 1 = 0$  에 대입하면  
 $a^2 - a - 1 = 0$  에서  $a^2 - a = 1$   
 $x = b$  를  $x^2 - 2x - 3 = 0$  에 대입하면  
 $b^2 - 2b - 3 = 0$  에서  $b^2 - 2b = 3$   
 $\therefore a^2 - a - b^2 + 2b = a^2 - a - (b^2 - 2b) = 1 - 3 = -2$

10.  $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$  의 한 근을  $\alpha$  라 할 때,  $\alpha - \frac{1}{\alpha}$  의 값은?

- ①  $\pm 1$       ②  $0$       ③  $\pm\sqrt{3}$       ④  $\pm\sqrt{2}$       ⑤  $\pm\sqrt{7}$

해설

$\alpha$  가 주어진 방정식의 근이므로

$x = \alpha$  를 대입하면  $\alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$

양변을  $\alpha$  로 나누면  $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm\sqrt{3}$$

11. 이차방정식  $x^2 + 4x - 1 = 0$  의 한 근을  $a$  이라 할 때,  $a - \frac{1}{a}$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ -3      ⑤ -4

해설

$$x \text{ 에 } a \text{ 를 대입하면 } a^2 + 4a - 1 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 으로 나누면 } a + 4 - \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = -4$$

12. 이차방정식  $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이  $\alpha$ 일 때,  $\frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2}$ 의 값을 구하면?

- ① 6      ② 4      ③ 2      ④ 0      ⑤ -2

해설

이차방정식  $x^2 - x - 1 = 0$ 에  $x = \alpha$ 를 대입하면,  
 $\alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \Rightarrow 1 + \alpha = \alpha^2, 1 - \alpha^2 = -\alpha$   
 $\therefore \frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2} - \frac{3\alpha}{-\alpha} = 1 + 3 = 4$

13.  $a^2x + 2ax - 8x = a + 4$  를 만족하는  $x$  의 값이 없을 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2x + 2ax - 8x = a + 4$$

$$(a^2 + 2a - 8)x = a + 4$$

해가 없을 때이므로

$$a^2 + 2a - 8 = 0, a + 4 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0, (a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a + 4 \neq 0 \text{ 이므로 } a - 2 = 0, a = 2 \text{ 이다.}$$

14. 직선  $ax - 2y = -8$  이 점  $(a - 2, a^2)$  을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax - 2y = -8$  이 점  $(a - 2, a^2)$  을 지나므로

$$a(a - 2) - 2a^2 = -8$$

$$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$$

$$-a^2 - 2a + 8 = 0, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 2$$

$$ax - 2y = -8, y = \frac{a}{2}x + 4 \text{ 이므로}$$

$a > 0$  일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

15. 다음 이차방정식을 풀어라.

$$x^2 - 9x - 52 = 0$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 13$

▷ 정답:  $x = -4$

해설

$$x^2 - 9x - 52 = 0$$

$$(x - 13)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 13 \text{ 또는 } x = -4$$

16.  $x^2 + 2x - 63 = 0$  의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = -9$

▷ 정답 :  $x = 7$

해설

$$x^2 + 2x - 63 = (x + 9)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = -9 \text{ 또는 } x = 7$$

17.  $-1 \leq x \leq 2$ 인  $x$ 에 대하여 이차방정식  $2x^2 + 5x + 2 = 0$ 의 해를 구하면?

- ①  $-1$     ②  $-\frac{1}{2}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $1$     ⑤  $2$

해설

$$(준식) = (2x+1)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

18.  $x^2 + 2x - 63 = 0$  의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = -9$

▷ 정답 :  $x = 7$

해설

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$(x+9)(x-7) = 0$$

$$\therefore x = -9 \text{ 또는 } x = 7$$

19. 이차방정식  $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$  이 중근을 가질 때의  $a$  의 값이 이차방정식  $x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이다. 이 때,  $m + n$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, x^2 - (a+2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a+2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이 2, -6 이므로

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \quad -32 + 8m = 0 \end{array}$$

$$\therefore m = 4, n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

20. 이차방정식  $x^2 - ax - 5x + 9 = 0$  이 중근을 가질 때의  $a$  의 값이 이차 방정식  $x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이다. 이때,  $m+n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax - 5x + 9 = 0, x^2 - (a+5)x + 9 = 0$$

$$\left(\frac{a+5}{2}\right)^2 = 9, \frac{a+5}{2} = \pm 3$$

$$a+5 = \pm 6$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -11$$

$x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이 1, -11 이므로

$$1 + m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} - ) 121 - 11m + n = 0 \\ \quad - 120 + 12m = 0 \end{array}$$

$$\therefore m = 10, n = -11$$

$$\therefore m+n = 10 - 11 = -1$$

21. 이차방정식  $(x-a)^2 = b$  가 해를 가질 조건을 고르면?

- ①  $a \leq 0$     ②  $b > 0$     ③  $b < 0$     ④  $b \geq 0$     ⑤  $a > 0$

해설

$b > 0$  이면 서로 다른 두 실근  
 $b = 0$  이면 중근  
따라서  $b \geq 0$  이다.

22. 이차방정식  $3(x-2)^2 = 5$  의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$(x-2)^2 = \frac{5}{3}$$

$$(x-2) = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\therefore x = 2 + \sqrt{\frac{5}{3}} \text{ 또는 } x = 2 - \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\therefore 2 + \sqrt{\frac{5}{3}} + 2 - \sqrt{\frac{5}{3}} = 4$$

23. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수  $m$  의 값의 범위는?

$$(2x + 5)^2 = \frac{m + 6}{4}$$

- ①  $m > 3$                       ②  $m < -6$                       ③  $m = 0$   
④  $m < 3$                       ⑤  $m > -6$

해설

$$\begin{aligned} \frac{m + 6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로} \\ m + 6 < 0 \\ \therefore m < -6 \end{aligned}$$

24. 이차방정식  $x^2 + a = 0$  의 근이 존재할 때, 다음 중  $a$  의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 12      ② 0      ③ -3      ④ -5      ⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면  $-a \geq 0, a \leq 0$

25. 이차방정식  $(x-11)^2 = \frac{a-7}{4}$  이 근을 갖도록 하는 상수  $a$ 의 값 중 가장 작은 자연수의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\frac{a-7}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a-7 \geq 0$$

$$a \geq 7$$

$\therefore a$ 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7이다.

26. 이차방정식  $(x-1)^2 = 3-k$  의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ①  $k = -6$  이면 근이 2개이다.
- ②  $k = -1$  이면 정수인 근을 갖는다.
- ③  $k = 0$  이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④  $k = 2$  이면 근이 1개이다.
- ⑤  $k = 4$  이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$  : 근이 0개

$k = 3$  : 근이 1개

$3 < k$  : 근이 2개

27. 이차방정식  $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$  을  $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$  의 꼴로 나타낼 때,

$mn$  의 값은?

- ① 21      ② -21      ③ 27      ④ -27      ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27 \end{aligned}$$

28.  $x(x-3) = 0$  을  $(ax+b)^2 = q$  의 꼴로 바꾸었을 때,  $abq$  의 값을 구하면?

- ①  $\frac{27}{8}$     ②  $-\frac{27}{8}$     ③  $-\frac{25}{8}$     ④  $\frac{25}{8}$     ⑤  $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\ a=1, b &= -\frac{3}{2}, q = \frac{9}{4} \\ \therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$