

1. 다음 보기 중 x 에 대한 이차방정식인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $(x+1)(x-3) = 0$

㉡ $x^2 - 2x + 3$

㉢ $x(2-x) = 1 - 2x^2$

㉣ $4x - 6 = 0$

㉤ $a^2 - 2a = 3$

㉥ $x(x-1) = x^2$

▶ 답 :

개

▷ 정답 : 2개

해설

㉠ 정리하면 $x^2 - 2x - 3 = 0$: x 에 대한 이차방정식이다.

㉡ x 에 대한 이차식이다.

㉢ 정리하면 $x^2 + 2x - 1 = 0$: x 에 대한 이차방정식이다.

㉣ x 에 대한 일차방정식이다.

㉤ a 에 대한 이차방정식이다.

㉥ 정리하면 $-x = 0$: x 에 대한 일차방정식이다.

2. 다음 보기 중 x 에 대한 이차방정식인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $x(x-1) = x^2$

㉡ $3x^2 - 2x + 5$

㉢ $x^2(2+x) = 3+x^2$

㉣ $4x^2 - 6 = 0$

㉤ $(x-1)(x+2) = 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ 정리하면 $-x = 0$: x 에 대한 일차방정식이다.

㉡ x 에 대한 이차식이다.

㉢ 정리하면 $x^3 + x^2 - 2 = 0$: x 에 대한 삼차방정식이다.

㉣ x 에 대한 이차방정식이다.

㉤ 정리하면 $x^2 + x - 2 = 0$: x 에 대한 이차방정식이다.

3. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근을 a , $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라고 할 때, $a^2 - a - b^2 + 2b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x = a$ 를 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 대입하면

$a^2 - a - 1 = 0$ 에서 $a^2 - a = 1$

$x = b$ 를 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 에 대입하면

$b^2 - 2b - 3 = 0$ 에서 $b^2 - 2b = 3$

$\therefore a^2 - a - b^2 + 2b = a^2 - a - (b^2 - 2b) = 1 - 3 = -2$

4. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + 3 &= 0 \text{ 의 한 근이 } k \text{ 이므로 } ak^2 + bk + 3 = 0, \\ ak^2 + bk &= -3 \text{ 이므로} \\ ak^2 + bk + 5 &= -3 + 5 = 2 \end{aligned}$$

5. $a^2x + 2ax - 8x = a + 4$ 를 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2x + 2ax - 8x = a + 4$$

$$(a^2 + 2a - 8)x = a + 4$$

해가 없을 때이므로

$$a^2 + 2a - 8 = 0, a + 4 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0, (a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a + 4 \neq 0 \text{ 이므로 } a - 2 = 0, a = 2 \text{ 이다.}$$

6. 직선 $ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$

해설

$ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a + 1) - 3a^2 = -3$$

$$a^2 + a - 3a^2 + 3 = 0$$

$$-2a^2 + a + 3 = 0, 2a^2 - a - 3 = 0$$

$$(a + 1)(2a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$ax - 3y = -3, y = \frac{a}{3}x + 1$ 이므로

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

7. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3)=0$

② $x^2+2x=0$

③ $3x^2+x-1=0$

④ $x^2-9x+14=0$

⑤ $2x^2-8=0$

해설

④ $x^2-9x+14=0$

$(x-2)(x-7)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=7$

8. 다음 이차방정식의 해는?

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

① $-\frac{1}{2}, -3$

② $-\frac{1}{2}, 3$

③ $\frac{1}{2}, -3$

④ $\frac{1}{2}, 3$

⑤ $\frac{1}{2}, 1$

해설

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

9. $-1 \leq x \leq 2$ 인 x 에 대하여 이차방정식 $2x^2 + 5x + 2 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(\text{준식}) = (2x + 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

10. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $x^2 - 5x + 6 = 0$

② $x^2 - x - 6 = 0$

③ $(x - 1)^2 = 8$

④ $x^2 = 5$

⑤ $(x - 1)(x + 5) = 0$

해설

① $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) = 0$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 3$

11. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로 주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면

$$6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$$

$$33 - 11a = 0$$

$$\therefore a = 3$$

주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$$x = 6, x = -3(\text{다른 한 근})$$

$$a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$$

12. x 에 관한 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2a = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

이차방정식이므로 $a-1 \neq 0$ 즉 $a \neq 1$

한 근 $x=1$ 을 주어진 방정식에 대입하면

$$(a-1) - (a^2+1) + 2a = 0, a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$(a-1)(a-2) = 0, a = 1 \text{ 또는 } a = 2$$

$a \neq 1$ 이므로 $a = 2$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - 5x + 4 = 0$

$$(x-4)(x-1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 다른 한 근은 $x = 4$ 이다.

13. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a + 2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a + 2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 2, -6 이므로

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \underline{-32 + 8m = 0} \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

14. 이차방정식 $x^2 - ax - 5x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax - 5x + 9 = 0, \quad x^2 - (a + 5)x + 9 = 0$$

$$\left(\frac{a+5}{2}\right)^2 = 9, \quad \frac{a+5}{2} = \pm 3$$

$$a + 5 = \pm 6$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -11$$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 1, -11 이므로

$$1 + m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 121 - 11m + n = 0 \\ \hline - 120 + 12m = 0 \end{array}$$

$$\therefore m = 10, \quad n = -11$$

$$\therefore m + n = 10 - 11 = -1$$

15. 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

- ① $a \leq 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$ ④ $b \geq 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근

$b = 0$ 이면 중근

따라서 $b \geq 0$ 이다.

16. 이차방정식 중에서 해가 유리수인 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 8$

㉡ $3x^2 - 12 = 0$

㉢ $(x-3)^2 = 4$

㉣ $2(x+1)^2 = 6$

㉤ $3x^2 - 6x + 3 = 0$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $x = \pm 2\sqrt{2}$

㉡ $3x^2 = 12, x^2 = 4, x = \pm 2$

㉢ $(x-3)^2 = 4, x-3 = \pm 2, x = 5$ 또는 $x = 1$

㉣ $2(x+1)^2 = 6, (x+1)^2 = 3, x+1 = \pm\sqrt{3}, x = -1 \pm \sqrt{3}$

㉤ $3(x-1)^2 = 0, x = 1$

17. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x + 5)^2 = \frac{m + 6}{4}$$

① $m > 3$

② $m < -6$

③ $m = 0$

④ $m < 3$

⑤ $m > -6$

해설

$$\frac{m + 6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로}$$

$$m + 6 < 0$$

$$\therefore m < -6$$

18. x 에 관한 이차방정식 $(x - p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $p \geq 0$

② $p < 0$

③ $k > 0$

④ $k < 0$

⑤ $k \geq 0$

해설

$$(x - p)^2 = k, \quad x - p = \pm \sqrt{k}, \quad x = p \pm \sqrt{k}$$

서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.

$$\therefore k > 0$$

19. 이차방정식 $(x - 11)^2 = \frac{a - 7}{4}$ 이 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 가장 작은 자연수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{a - 7}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a - 7 \geq 0$$

$$a \geq 7$$

$\therefore a$ 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7 이다.

20. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

21. 다음은 이차방정식과 그 해를 나타낸 것이다. 옳지 못한 것은?

① $(x+2)^2 = 9$, $x = 1$ 또는 $x = -5$

② $3(x+1)^2 = 48$, $x = 3$ 또는 $x = -5$

③ $2(x-1)^2 = 20$, $x = 1 \pm \sqrt{10}$

④ $(3x-2)^2 = 36$, $x = \frac{8}{3}$ 또는 $x = -\frac{4}{3}$

⑤ $4(x+3)^2 - 9 = 0$, $x = 0$ 또는 $x = -6$

해설

$$\textcircled{5} \quad (x+3)^2 = \frac{9}{4}$$

$$x+3 = \pm \frac{3}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } -\frac{9}{2}$$

22. 이차방정식 $3(x+4)^2 - 15 = 0$ 의 근을 $x = a \pm \sqrt{b}$ 라고 할 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$$3(x+4)^2 - 15 = 0$$

$$3(x+4)^2 = 15, (x+4)^2 = 5$$

$$x+4 = \pm\sqrt{5}, x = -4 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore a = -4, b = 5$$

23. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,
 mn 의 값은?

① 21

② -21

③ 27

④ -27

⑤ -9

해설

$$\frac{1}{3}(x^2 - 6x) = -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m$$

$$\frac{1}{3}(x-3)^2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 9, n = -3$$

$$\therefore mn = -27$$

24. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

① $\frac{27}{8}$

② $-\frac{27}{8}$

③ $-\frac{25}{8}$

④ $\frac{25}{8}$

⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$x(x-3) = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$a = 1, b = -\frac{3}{2}, q = \frac{9}{4}$$

$$\therefore abq = -\frac{27}{8}$$