

1. 이차방정식 $3(x+1)(x-2) = -x^2 - x + 2$ 을 $ax^2 + bx - 4 = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$$3(x+1)(x-2) = -x^2 - x + 2 \text{ 에서}$$

$$3(x^2 - x - 2) = -x^2 - x + 2$$

$$\therefore 4x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$2x^2 - x - 4 = 0$$

따라서 $a = 2, b = -1$ 이다.

2. 다음 중 이차방정식인 것은?

① $2x^2 = 2(x^2 - 3)^2$

② $x^2 = -2x - 1$

③ $(x - 3)^2 = (3 - x)^2$

④ $x(x - 4) = x^2 - 4$

⑤ $x - 4 = 5x$

해설

② 모든 항을 좌변으로 이항하면 $x^2 + 2x + 1 = 0$

3. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근을 a , $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라고 할 때, $a^2 - a - b^2 + 2b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = a$ 를 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 대입하면

$a^2 - a - 1 = 0$ 에서 $a^2 - a = 1$

$x = b$ 를 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 에 대입하면

$b^2 - 2b - 3 = 0$ 에서 $b^2 - 2b = 3$

$\therefore a^2 - a - b^2 + 2b = a^2 - a - (b^2 - 2b) = 1 - 3 = -2$

4. $x = k$ 가 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 한 근일 때, $3k - k^2$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 에 $x = k$ 를 대입하면,
 $2k^2 - 6k + 1 = 0$, $1 = 6k - 2k^2$

$$\therefore 3k - k^2 = \frac{1}{2}$$

5. 다음 ☐ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

$AB = 0$ 이면 ☐ 또는 ☐ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 0$

▷ 정답 : $B = 0$

해설

$AB = 0$ 이면 $A = 0$ 또는 $B = 0$ 이다.

6. 이차방정식 $\frac{(x-4)(x+3)}{2} = x^2 - 2x - 5$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$ 또는 $x = 1$

해설

$$\frac{(x-4)(x+3)}{2} = x^2 - 2x - 5$$

양변에 2 를 곱하면

$$(x-4)(x+3) = 2(x^2 - 2x - 5)$$

$$x^2 - x - 12 = 2x^2 - 4x - 10$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

7. $a^2x + 2ax - 8x = a + 4$ 를 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2x + 2ax - 8x = a + 4$$

$$(a^2 + 2a - 8)x = a + 4$$

해가 없을 때이므로

$$a^2 + 2a - 8 = 0, a + 4 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0, (a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a + 4 \neq 0 \text{ 이므로 } a - 2 = 0, a = 2 \text{ 이다.}$$

8. 직선 $ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a - 2) - 2a^2 = -8$$

$$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$$

$$-a^2 - 2a + 8 = 0, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 2$$

$$ax - 2y = -8, y = \frac{a}{2}x + 4 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

9. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3)=0$

② $x^2+2x=0$

③ $3x^2+x-1=0$

④ $x^2-9x+14=0$

⑤ $2x^2-8=0$

해설

④ $x^2-9x+14=0$

$(x-2)(x-7)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=7$

10. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -12$ 또는 -12

▷ 정답 : $x = 2$ 또는 2

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$

11. $-1 \leq x \leq 2$ 인 x 에 대하여 이차방정식 $2x^2 + 5x + 2 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(\text{준식}) = (2x + 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

12. 수학 시험 문제에 ‘ $x^2 - 8x + 12 = 0$ 을 인수분해를 이용하여 풀어라.’ 라는 문제가 출제되어 민수, 수진, 영민이가 다음과 같이 답을 적었다. 다음 중 올바른 답을 적은 사람은 누구인지 구하여라.

민수 : $x = 2$ 이고 $x \neq 6$
수진 : $x \neq 2$ 또는 $x = 6$
영민 : $x = 2$ 또는 $x = 6$

▶ 답 :

▷ 정답 : 영민

해설

$x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$
 $x - 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 6$

13. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로 주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면

$$6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$$

$$33 - 11a = 0$$

$$\therefore a = 3$$

주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$$x = 6, x = -3(\text{다른 한 근})$$

$$a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$$

14. 이차방정식 $ax^2 - 5x - 3 = 0$ ($a \neq 0$)의 한 근이 3 일 때, 상수 a 의 값과 다른 한 근을 구하면?

① $a = 3, x = -\frac{1}{3}$

② $a = 3, x = \frac{1}{3}$

③ $a = 2, x = -\frac{1}{2}$

④ $a = 2, x = \frac{1}{2}$

⑤ $a = 2, x = 3$

해설

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 9a - 15 - 3 = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore a = 2, x = -\frac{1}{2}$$

15. 다음 중 보기의 이차방정식과 근의 개수가 다른 것을 모두 골라라.

보기

$$(x-3)^2=2x-7$$

① $x^2+16=-8x$

② $3x^2+6x=-3$

③ $10x^2=3x+1$

④ $6(2x^2-1)=x$

⑤ $x^2=6\left(x-\frac{3}{2}\right)$

해설

$$(x-3)^2=2x-7 \text{ 에서}$$

$$x^2-8x+16=0 \text{ 이므로}$$

$$(x-4)^2=0$$

$$\therefore x=4$$

중근을 가지므로 근의 개수는 1개이다.

① $(x+4)^2=0$

$$\therefore x=-4$$

② $x^2+2x+1=0, (x+1)^2=0$

$$\therefore x=-1$$

③ $(5x+1)(2x-1)=0$

$$\therefore x=-\frac{1}{5} \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

④ $(3x+2)(4x-3)=0$

$$\therefore x=-\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=\frac{3}{4}$$

⑤ $x^2-6x+9=0, (x-3)^2=0$

$$\therefore x=3$$

16. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개인 것은?

① $x^2 + 10x = -24$

② $x^2 - 5x - 14 = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $x^2 + 15 = -8x$

⑤ $3x^2 + 18x - 48 = 0$

해설

근의 개수가 1개이라면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$2(x - 4x + 4) = 0$

$2(x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (중근)

17. 다음 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 + 4x = a, x^2 + ax + b = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + 4x - a = 0$ 이 중근을 가지려면 $(x + 2)^2 = 0$ 꼴이 되어야 한다.

$$\therefore -a = 4, a = -4$$

$x^2 - 4x + b = 0$ 이 중근을 가지려면 $b = 4$ 이어야 한다.

$$\therefore a + b = (-4) + 4 = 0$$

18. x 에 대한 이차방정식 $3(x-4)^2 = \frac{a}{2}$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 a 의 값과 중근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식)=0 이므로

$$3(x-4)^2 = \frac{a}{2}, (x-4)^2 = \frac{a}{6}, a=0 \text{ 이다.}$$

또한 중근은 $x=4$ 이므로
 $0+4=4$

19. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a+2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a+2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$$x^2 + mx + n = 0 \text{ 의 두 근이 } 2, -6 \text{ 이므로}$$

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \underline{-32 + 8m = 0} \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

20. 이차방정식 $x^2 - ax - 5x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차 방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax - 5x + 9 = 0, \quad x^2 - (a + 5)x + 9 = 0$$

$$\left(\frac{a + 5}{2}\right)^2 = 9, \quad \frac{a + 5}{2} = \pm 3$$

$$a + 5 = \pm 6$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -11$$

$$x^2 + mx + n = 0 \text{ 의 두 근이 } 1, -11 \text{ 이므로}$$

$$1 + m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 121 - 11m + n = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$- 120 + 12m = 0$$

$$\therefore m = 10, \quad n = -11$$

$$\therefore m + n = 10 - 11 = -1$$

21. 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

- ① $a \leq 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$ ④ $b \geq 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근
 $b = 0$ 이면 중근
따라서 $b \geq 0$ 이다.

22. 이차방정식 중에서 해가 유리수인 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 8$

㉡ $3x^2 - 12 = 0$

㉢ $(x - 3)^2 = 4$

㉣ $2(x + 1)^2 = 6$

㉤ $3x^2 - 6x + 3 = 0$

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉢, ㉣
- ④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $x = \pm 2\sqrt{2}$

㉡ $3x^2 = 12, x^2 = 4, x = \pm 2$

㉢ $(x - 3)^2 = 4, x - 3 = \pm 2, x = 5$ 또는 $x = 1$

㉣ $2(x + 1)^2 = 6, (x + 1)^2 = 3, x + 1 = \pm \sqrt{3}, x = -1 \pm \sqrt{3}$

㉤ $3(x - 1)^2 = 0, x = 1$

23. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x+5)^2 = \frac{m+6}{4}$$

- ① $m > 3$

② $m < -6$

③ $m = 0$
- ④ $m < 3$

⑤ $m > -6$

해설

$$\frac{m+6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로}$$
$$m+6 < 0$$
$$\therefore m < -6$$

24. 다음 중 이차방정식 $(x+2)^2 = \frac{a-4}{3}$ 이 근을 갖도록 하는 상수 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \geq 4$

해설

$$\frac{a-4}{3} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a-4 \geq 0$$

$$\therefore a \geq 4$$

25. 다음은 완전제곱식을 이용하여 $3x^2 - 6x - 21 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. 옳은 것은?

$3x^2 - 6x - 21 = 0$
양변을 A 로 나누면 $x^2 - 2x - 7 = 0$
상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 7$
양변에 B 를 더하면 $x^2 - 2x + B = 7 + B$
 $(x - C)^2 = D$
 $x - C = \pm \sqrt{D}$
 $\therefore x = C \pm E$

- ① $CD = 7$

② $A + B = 5$

③ $2A - C = 4$

④ $C - E = 1 \pm \sqrt{2}$

⑤ $B - E = 1 - 2\sqrt{2}$

해설

$3x^2 - 6x - 21 = 0$
양변을 3 으로 나누면 $x^2 - 2x - 7 = 0$
상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 7$
양변에 1 를 더하면 $x^2 - 2x + 1 = 7 + 1$
 $(x - 1)^2 = 8$
 $x - 1 = \pm \sqrt{8}$
 $\therefore x = 1 \pm 2\sqrt{2}$
 $\therefore A = 3, B = 1, C = 1, D = 8, E = 2\sqrt{2}$

26. 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 근이 $x = -1 \pm \sqrt{A}$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 2x + 1 = 1 + 1$$

$$(x + 1)^2 = 2$$

$$x + 1 = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore A = 2$$

27. 다음은 이차방정식과 그 해를 나타낸 것이다. 옳지 못한 것은?

① $(x+2)^2=9$, $x=1$ 또는 $x=-5$

② $3(x+1)^2=48$, $x=3$ 또는 $x=-5$

③ $2(x-1)^2=20$, $x=1\pm\sqrt{10}$

④ $(3x-2)^2=36$, $x=\frac{8}{3}$ 또는 $x=-\frac{4}{3}$

⑤ $4(x+3)^2-9=0$, $x=0$ 또는 $x=-6$

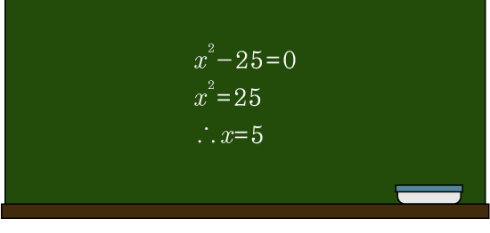
해설

$$\textcircled{5} \quad (x+3)^2 = \frac{9}{4}$$

$$x+3 = \pm\frac{3}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } -\frac{9}{2}$$

28. 다음은 성수가 이차방정식을 푼 것이다. 틀린 곳을 찾아서 바르게 고쳐라.


$$\begin{aligned}x^2 - 25 &= 0 \\x^2 &= 25 \\\therefore x &= 5\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5 \rightarrow x = \pm 5$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 25 &= 0 \cdots \textcircled{㉠} \\x^2 &= 25 \cdots \textcircled{㉡} \\\therefore x &= 5 \cdots \textcircled{㉢} \\\textcircled{㉠} \text{에서 } (x+5)(x-5) &= 0 \text{ 이므로} \\x+5 &= 0 \text{ 또는 } x-5 = 0 \\\therefore x &= 5 \text{ 또는 } x = -5 \\\textcircled{㉢} \text{ } x &= \pm 5\end{aligned}$$

29. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때, mn 의 값은?

- ① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x - 3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27\end{aligned}$$

30. $x(x-3)=0$ 을 $(ax+b)^2=q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2-3x &= 0 \\x^2-3x+\frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a=1, b=-\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$