

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 5의 배수의 모임
- ② 15보다 큰 14의 약수의 모임
- ③ 10보다 큰 홀수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 10보다 조금 작은 수들의 모임

해설

- ① $\{5, 10, 15, \dots\}$
- ② $\emptyset$
- ③ $\{11, 13, 15, \dots\}$
- ④ $\{1\}$

2. 다음 중 옳게 연결된 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 짝수}\} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, \dots\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$

해설

- ③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$ 이다.

3. 다음 중 공집합이 아닌 유한집합을 모두 고르면 ?

- ① $\{x \mid x \leq 1, x \text{는 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{ 인 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x < 2, x \text{는 소수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{보다 큰 } 25 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{1\}$
- ② $\{3, 8, 13, \dots\}$
- ③ $\emptyset$
- ④ $\{1\}$
- ⑤ $\{50, 75, 100, \dots\}$

4. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\{1, 2\} \subset A$

③ $\{1, 2\} \in A$

④ $\emptyset \subset A$

⑤ $n(A) = 5$

해설

⑤ $n(A) = 4$

5. 다음 <보기> 중 옳은 것은 모두 고르시오.

보기

- ☐ ㉠ $\{0\} \subset \{0\}$
- ☐ ㉡ $0 \notin \emptyset$
- ☐ ㉢ $\{0\} \subset \emptyset$
- ☐ ㉣ $\emptyset \in \{\emptyset, 0\}$
- ☐ ㉤ $\{a\} \subset \{a, b\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

해설

- ☐ ㉡ $0 \notin \emptyset$
- ☐ ㉢ $\{0\} \not\subset \emptyset$

6. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $A \subset X \subset B$ 인 집합 X 중에서 집합 B 의 진부분집합은 모두 몇 개인가?

① 32개 ② 16개 ③ 8개 ④ 7개 ⑤ 6개

해설

1, 2를 반드시 포함하는 B 의 부분집합의 수에서 B 를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 2^{5-2} - 1 = 7(\text{개})$$

7. 집합 $B = \{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중 a, c 를 반드시 포함하고, e 를 포함하지 않는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

이것은 집합 $\{b, d\}$ 의 부분집합 $\emptyset, \{b\}, \{d\}, \{b, d\}$ 에 원소 a, c 를 포함시킨 $\{a, c\}, \{a, b, c\}, \{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}$ 이므로, 구하는 부분집합의 개수는 4개다.

$$2^5 - 2 - 1 = 2^2 = 4(\text{개})$$

8. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

9. 두 집합 $A = \{6, a-2, 2\}$, $B = \{a, 4, 2\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, a 의 값으로 옳은 것은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

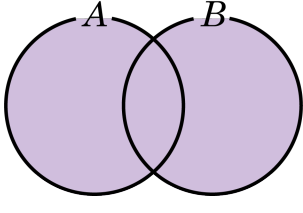
⑤ 7

해설

$A = B$ 이므로 $a - 2 = 4$, $a = 6$

$\therefore a = 6$

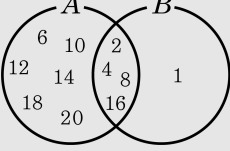
10. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 2\text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 16\text{의 약수}\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $\{1, 2, 4, 8, 12\}$
- ② $\{1, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$
- ③ $\{1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
- ④ $\{1, 2, 4, 8, 12, 14, 16, 18\}$
- ⑤ $\{1, 2, 4, 8, 10, 20\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면
 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$,
 $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이고,
벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



색칠한 부분이 나타나는 원소는
 $\{1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ 이다.

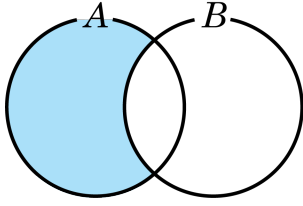
11. 두 집합 $A = \{a + 1, 4, 5\}$, $B = \{a, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3 \in A$ 이므로 $a + 1 = 3$
 $\therefore a = 2$

12. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내지 않는 것은?



① $A \cap B^c$

② $A - B$

③ $(A \cup B) - B$

④ $B \cap A^c$

⑤ $A - (A \cap B)$

해설

$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B) = (A \cup B) - B$ 이므로 색칠한 부분을 나타내지 않는 것은 ④ 이다.

13. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은?

- ① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.
- ② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.
- ③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.
- ④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.
- ⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

14. 정삼각형 ABC는 이등변삼각형 ABC이기 위한 무슨 조건인가?

- ① 충분조건
- ② 필요조건
- ③ 대우
- ④ 필요충분조건
- ⑤ 아무조건도 아니다.

해설

정삼각형 $\subset$ 이등변삼각형

15. 양수 x 에 대하여 $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt[3]{3}$ ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

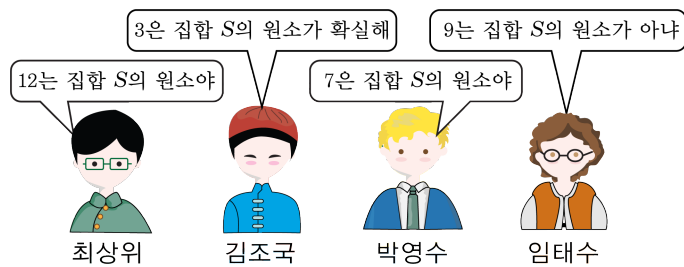
해설

$x > 0$ 이므로

$$8x^2 + \frac{2}{x} = 8x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$$
$$\geq 3\sqrt[3]{8x^2 \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{x}} = 3\sqrt[3]{8} = 6$$

(단, 등호는 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 성립)

16. 10 이하의 3의 배수의 집합을 S 라고 할 때, 다음 중 올바르게 말한 사람을 찾아라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 김조국

해설

10 이하의 3의 배수는 3, 6, 9이다.
 $\therefore S = \{3, 6, 9\}$
최상위 : 12는 집합 S 의 원소가 아니다.
김조국 : 3은 집합 S 의 원소이다.
박영수 : 7은 집합 S 의 원소가 아니다.
임태수 : 9는 집합 S 의 원소이다.

17. 다음 중 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 모두 골라라.

$\textcircled{\tiny \cap} \{1\}$	$\textcircled{\tiny \subset} \{1, 4\}$	$\textcircled{\tiny \subseteq} \{4, 10\}$
$\textcircled{\tiny \ni} \{4, 8\}$	$\textcircled{\tiny \supset} \{8, 10\}$	$\textcircled{\tiny \ni} \{1, 2, 4, 8\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \cap}$

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \subset}$

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \ni}$

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \ni}$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면
 $A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이고, 부분집합을 구하면
 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{8\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{1, 8\}, \{2, 4\}, \{2, 8\}, \{4, 8\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 8\}, \{2, 4, 8\}, \{1, 4, 8\}, \{1, 2, 4, 8\}$ 이다.
따라서 $10 \notin A$ 이므로 부분집합은 $\textcircled{\tiny \cap}, \textcircled{\tiny \subset}, \textcircled{\tiny \ni}, \textcircled{\tiny \ni}$ 이다.

18. 다음 중에서 옳은 것의 기호를 찾아서, 각 기호에 주어진 글자를 이용하여 단어를 만들어라.

- ㉠ {1, 2} 는 {1, 2, 5} 의 진부분집합이다.
- ㉡ {m, n} 은 {m, n} 의 진부분집합이다.
- ㉢ {ㄱ, ㄴ, ㄷ} 의 진부분집합은 8개이다.
- ㉣ $A = \{7, 8\}$ 일때, $\subset A$ 이다.
- ㉤ $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$ 이다.
- ㉥ $\emptyset$ 은 $\{e, f\}$ 의 진부분집합이다.

㉠	㉡	㉢	㉣	㉤	㉥
사	축	호	랑	후	해

▶ 답 :

▷ 정답 : 사랑해

해설

- ㉠ {1, 2} 는 {1, 2, 5} 의 진부분집합이다.
- ㉡ {m, n} 은 {m, n} 의 진부분집합이 아니다.
- ㉢ {ㄱ, ㄴ, ㄷ} 의 진부분집합은 부분집합 중 자기 자신을 제외한 부분집합이므로 7개이다.
- ㉣ 공집합은 모든 집합의 부분집합이므로 $\emptyset \subset A$ 이다.
- ㉤ $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$ 이다.
- ㉥ $\emptyset$ 은 $\{e, f\}$ 의 진부분집합이다.

19. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 81 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$A = \{1, 3, 9, 27, 81\}$
(부분집합의 개수) $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32(\text{개})$

20. 다음 두 조건을 만족하는 두 집합 A, B 는?

$A \cap B = A, \quad A \cup B = B$

- ① $A = \{1, 2, 3, 5\}, B = \{3, 5\}$
- ② $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{2, 4, 8\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $A = \{\text{대, 한, 민, 국}\}, B = \{\text{한, 국}\}$

해설

주어진 조건을 만족하려면 두 집합 A, B 는 $A \subset B$ 의 관계이어야 한다.

- ① $B \subset A$
- ② $B \subset A$
- ③ $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $A \subset B$
- ④ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 $A \not\subset B, B \not\subset A$
- ⑤ $B \subset A$

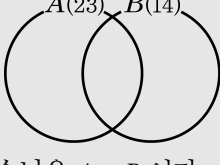
21. 어느 편의점에서는 햄 샌드위치와 치즈 샌드위치 두 종류를 판매한다. 어느 날 판매량을 살펴보니 총 30 명의 손님이 샌드위치를 사갔는데, 23 명의 손님이 햄 샌드위치를 사갔고, 14 명의 손님이 치즈 샌드위치를 사갔다. 샌드위치를 하나만 사간 손님은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 23 명

해설

햄 샌드위치를 산 손님의 집합을 A , 치즈 샌드위치를 산 손님의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리면 다음과 같다.



햄 샌드위치와 치즈 샌드위치를 모두 사간 손님은 $A \cap B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 23 + 14 - 30 \\ &= 7 \end{aligned}$$

샌드위치를 하나만 사간 손님의 수는

$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$ 이다.

$$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$$

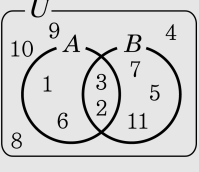
$$= (23 - 7) + (14 - 7) = 16 + 7 = 23$$

따라서 샌드위치를 하나만 사간 손님은 23 명이다.

22. 전체 집합 $U = \{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 자연수}\}$ 라 하고 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 소수}\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은?
- ① $\{4, 8\}$ ② $\{4, 9\}$ ③ $\{4, 8, 9\}$
④ $\{4, 8, 10\}$ ⑤ $\{4, 8, 9, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ 이므로
 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$
 $= (\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 11\})^c$
 $= \{4, 8, 9, 10\}$ 이다.



23. 집합 $A = \{1, 2, x^2 + 10x\}$, $B = \{1, x + 11, x^2 - 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, -9\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하면?

- ① $\{-9, 1, 2, 8\}$ ② $\{-9, 1, 2, 9\}$ ③ $\{1, 2, 9\}$
- ④ $\{-9, 1, 2, 10\}$ ⑤ $\{1, 2, 10\}$

해설

$x^2 + 10x = -9$, $(x + 1)(x + 9) = 0$
 $x = -1$ or -9 에서 $x = -9$ 는
 $B = \{1, 2, 71\}$ 가 되어 조건에 어긋난다.
 $\therefore x = -1, A = \{-9, 1, 2\}, B = \{-9, 1, 10\}$
 $\therefore A \cup B = \{-9, 1, 2, 10\}$

24. 두 집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 를 $A \star B = A^c \cap B^c$ 으로 정의할 때 다음 중 $(A \star A) \star B$ 와 같은 집합은?

- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$A \star A = A^c \cap A^c = A^c$ 이므로 $(A \star A) \star B = A^c \star B = (A^c)^c \cap B^c = A \cap B^c = A - B$

25. 「모든 중학생은 고등학교에 진학한다」의 부정인 명제는?

- ① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.
- ② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.
- ③ 중학생이 아니면 고등학교에 진학하지 않는다.
- ④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.
- ⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 ‘ p 이면 q 이다’가 ‘ p 이면 q 가 아니다’이고, ‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 ‘모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)’의 부정은 ‘어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다’이다.

26. 네 조건 $p : x > 0, q : y > 0, r : x < 0, s : y < 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 조건 $xy > 0$ 을 만족하는 집합은?
- ① $(P \cap Q) \cup (R^c \cap S^c)$ ② $(P \cap Q) \cap (R \cap S)$
③ $(P \cap Q) \cup (R \cap S)$ ④ $(P \cup Q) \cap (R \cup S)$
⑤ $(P \cup Q) \cap (R \cup S)^c$

해설

$p : x > 0, q : y > 0, r : x < 0, s : y < 0$ 일 때
 $xy > 0 \Leftrightarrow (x > 0, y > 0)$ 또는 $(x < 0, y < 0)$
따라서, 주어진 조건을 만족하는 집합은
 $(P \cap Q) \cup (R \cap S)$

27. 다음 조건을 p 라 할 때, 모든 실수 x 에 대하여 p 가 참인 것을 모두 고르면?

① $|x| = x$

② $x^2 = 1$

③ $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$

④ $x^2 \geq 0$

⑤ $x^2 + 1 > 2x$

해설

- ① 모든 실수 x 에 대하여 $|x| = x$ (거짓)
 $x \geq 0$ 일 때 $|x| = x$, $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이다.
② 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 = 1$ (거짓)
 $x = \pm 1$ 일 때만 $x^2 = 1$ 이다.
③ 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ (참)
④ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \geq 0$ (참)
⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 1 > 2x$ (거짓) $x^2 + 1 - 2x = (x-1)^2 \geq 0$ 이므로 $x \neq 1$ 인 x 에 대해서만 $x^2 + 1 > 2x$ 이다.

28. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하고, $P \cap Q = P$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

- ① $p \rightarrow \sim q$
- ② $q \rightarrow p$
- ③ $\sim p \rightarrow q$
- ④ $q \rightarrow \sim p$
- ⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$P \cap Q = P$ 이므로 $P \subset Q$ 이다. 따라서, $p \rightarrow q$ 가 참이므로 대우 명제인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

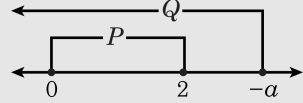
29. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | x \leq -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$ 이라면 $2 \leq -a$, $a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

30. 다음 두 조건으로 알 수 있는 것은?

- ㉠ 어떤 사람은 안경을 끼지 않았다.

㉡ 여자는 모두 안경을 썼다.

- ① 남자는 모두 안경을 썼다.

② 안경을 끼지 않은 여자도 있다.

③ 여자는 모두 안경을 끼지 않았다.

④ 안경을 끼지 않은 남자도 있다.

⑤ 남자는 모두 안경을 끼지 않는다.

해설

안경을 낀 사람의 집합을 A , 여자의 집합을 B 라고 하면
㉠ $A^c \neq \phi$
㉡ $B \subset A \Rightarrow A^c \subset B^c$
안경을 쓰지 않는 사람은 여자가 아니다.
 $\therefore$ 안경을 끼지 않은 남자도 있다.

31. 다음은 명제 「 x, y 가 정수일 때 xy 가 짝수이면 x, y 중 적어도 하나는 짝수이다.」를 증명하는 과정이다.

주어진 명제의 결론을 부정하여 (가)이면 $x = 2m + 1, y = (나)$ (m, n 은 정수)이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(mn + m + n) + 1$ 이므로 xy 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ① x 또는 y 가 짝수, $2n$
- ② x, y 중 하나만 짝수, $2n$
- ③ x, y 중 하나만 홀수, $2n + 1$
- ④ x, y 모두 홀수, $2n + 1$
- ⑤ x, y 모두 짝수, $2n + 1$

해설

주어진 명제의 결론을 부정하여 x, y 가 모두 (가): 홀수이면 $x = 2m + 1, (나): y = 2n + 1$ (m, n 은 정수)이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(2mn + m + n) + 1$ 이므로 xy 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

32. 세 조건 $p: |x| < 1, q: x > a, r: x > 2$ 에 대하여 p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이고 q 는 r 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

① $1 < a < 2$

② $1 \leq a \leq 2$

③ $a < 1$ 또는 $a > 2$

④ $a \leq 1$ 또는 $a \geq 2$

⑤ $a > 0$

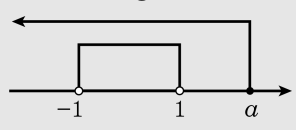
해설

$$p: |x| < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$$

p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이므로

$$\{x \mid -1 < x < 1\} \subset \{x \mid x \leq a\}$$

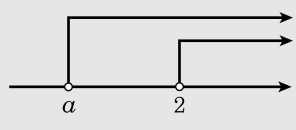
$$\therefore a \geq 1 \cdots \textcircled{A}$$



q 는 r 이기 위한 필요조건이므로

$$\{x \mid x > 2\} \subset \{x \mid x > a\}$$

$$\therefore a \leq 2 \cdots \textcircled{B}$$



따라서, $\textcircled{A}$ 과 $\textcircled{B}$ 을 동시에 만족시켜야 하므로 $1 \leq a \leq 2$

33. $a > b > 0$ 인 실수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{1+a}$ 와 $\frac{b}{b+1}$ 의 대소 관계는?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$
③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$
⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$
④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a}{1+a} - \frac{b}{1+b} &= \frac{a+ab-b-ab}{(1+a)(1+b)} \\ &= \frac{a-b}{(1+a)(1+b)} > 0 \\ (\because a > b > 0)\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$$

해설

$$a > b > 0 \text{ 이면 } \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

$$\text{양변에 1을 더하면 } \frac{1+a}{a} < \frac{1+b}{b}$$

$$\therefore \frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$$

34. $x > 0, y > 0$ 일 때, $4x + y + \frac{1}{\sqrt{xy}}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x > 0, y > 0$ 일 때 $4x + y \geq 2\sqrt{4xy}$ 이므로

$$\begin{aligned} 4x + y + \frac{1}{\sqrt{xy}} &\geq 2\sqrt{4xy} + \frac{1}{\sqrt{xy}} \\ &\geq 2\sqrt{4\sqrt{xy} \cdot \frac{1}{\sqrt{xy}}} = 4 \end{aligned}$$

$\therefore 4x + y + \frac{1}{\sqrt{xy}} \geq 4$, 최솟값 4

35. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 를 만족하는 실수 x, y, z 에 대하여 $x + 2y + 3z$ 의 최대값을 구하면?

- ① 14 ② 17 ③ $7\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

코시-슈바르츠 부등식에 의해
 $(1^2 + 2^2 + 3^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (x + 2y + 3z)^2$
 $14 \cdot 2 \geq (x + 2y + 3z)^2$
 $-2\sqrt{7} \leq x + 2y + 3z \leq 2\sqrt{7}$
 $\therefore$ 구하는 최대값은 $2\sqrt{7}$

36. 전체집합 $U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 $A \cup B = U$, $A \cap B = \{30, 50\}$ 을 만족한다. 집합 A, B 의 원소의 합을 각각 $S(A), S(B)$ 라고 할 때, $S(A) + S(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 290

해설

$S(A) + S(B)$ 의 값을 구하는 것이므로
각 원소를 아무렇게 배열해도 원소의 합은 같다.
 $\therefore 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + (30 + 50) = 290$

37. 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

$\neg n(\{0\}) = 0$	$\mathbb{L} \phi \subset \{\emptyset\}$	$\mathbb{E} 4 \subset \{1, 2\}$
$\mathbb{E} 0 \subset \{0\}$	$\mathbb{B} 0 \in \emptyset$	$\mathbb{B} 0 \notin \emptyset$
$\mathbb{A} A \subset (A \cup B)$	$\odot n(\emptyset) = 1$	$\otimes A \in (A \cap B)$

- ①

$\mathbb{L}, \mathbb{B}, \mathbb{A}$
- ②

$\mathbb{L}, \mathbb{B}, \odot$
- ③

$\neg, \mathbb{L}, \mathbb{B}$
- ④

$\mathbb{E}, \mathbb{B}, \otimes$
- ⑤

$\mathbb{B}, \odot, \otimes$

해설

- $\neg n(\{0\}) = 1$
- $\mathbb{E} 4 \notin \{1, 2\}$
- $\mathbb{E} 0 \in \{0\}$
- $\mathbb{B} 0 \notin \emptyset$
- $\odot n(\emptyset) = 0$
- $\otimes A \subset (A \cup B)$

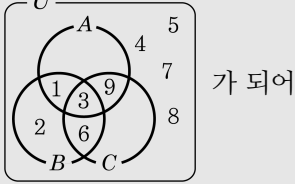
38. $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여
 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{3, 6, 9\}$ 이므로
벤 다이어그램으로 나타내면



$(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이다. 따라서 원소의 합은 36 이다.

39. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
- ㉡ $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$
- ㉢ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ㉣ U^c 은 모든 집합의 부분집합이다.
- ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$ 이다.
- ㉢ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
- ㉣ $U^c = \emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이다.
- ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $A = B$ 이므로 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

40. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의
세 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{1, 5\}$
가 있다.
전체집합 U 의 두 부분집합 X, Y 에 대하여 $X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$
이라 할 때, $(A \circ B) \circ C$ 는?
- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$ ③ $\{1, 7\}$
④ $\{1, 2, 5\}$ ⑤ $\{1, 2, 6, 7\}$

해설

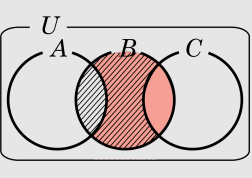
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.
 $X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) = (X \cup Y) - (X \cap Y)$ 이므로
 $A \circ B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\} - \{1, 3\} = \{2, 5, 6, 7\}$ 이다.
따라서 $(A \circ B) \circ C = \{1, 2, 5, 6, 7\} - \{5\} = \{1, 2, 6, 7\}$ 이다.

41. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset C^c$ 이고 $n(B) = 5, n(B - A) = 4, n(B - C) = 3$ 이다. 이 때, 집합 $B - (A \cup C)$ 의 원소의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 없다.

해설

$A \subset C^c \Leftrightarrow A \cap C = \emptyset$ 이므로 다음 벤 다이어그램에서 붉게 색칠한 부분은 집합 $B - A$ 를 나타내고 빗금이 있는 부분은 집합 $B - C$ 를 나타내고 둘 다 있는 부분은 집합 $B - (A \cup C)$ 를 나타낸다.



$$\begin{aligned} n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = 4 \therefore n(A \cap B) = 1 \\ n(B - C) &= n(B) - n(B \cap C) = 3 \therefore n(B \cap C) = 2 \\ \text{즉, } B - (A \cup C) &= n(B) - n(A \cap B) - n(B \cap C) = 5 - 1 - 2 = 2 \end{aligned}$$

42. 어느 반 학생 50명이 A, B 두 문제를 푼 결과는 다음과 같다.

- ㉠ 문제를 맞힌 학생은 40명이다.

㉡ A 문제만 맞힌 학생수는 A 와 B 를 모두 맞힌 학생수보다 10명이 작다.

㉢ B 문제만 맞힌 학생수는 두 문제 모두 틀린 학생수의 4배이다.

이 때, A, B 두 문제를 모두 맞힌 학생과 모두 틀린 학생 수의 합은?

- ① 2

② 17

③ 23

④ 25

⑤ 27

해설

$$n(U) = 50, n(A) = 40$$
$$n(A - B) = n(A \cap B) - 10$$
$$n(B - A) = 4n(A^c \cap B^c)$$
$$n(A \cap B) = x, n(A^c \cap B^c) = y \text{ 라고 하면}$$
$$40 - x = x - 10, x = 25$$
$$10 - y = 4y, y = 2$$
$$x + y = 27$$

43. 두 명제「겨울이 오면 춥다.」, 「추우면 눈이 온다.」가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은 ?
- ① 눈이 오지 않으면 춥지 않다.
 - ② 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ③ 겨울이 오면 눈이 온다.
 - ④ 눈이 오면 겨울이 온다.
 - ⑤ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.

해설

p : 겨울이 온다. q : 춥다. r : 눈이 온다.
라 하면 $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$ 이다.
① $q \Rightarrow r$ 이므로 $\sim r \Rightarrow \sim q$ (대우 명제)
② $p \Rightarrow q$ 이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p$ (대우 명제)
③ $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$ 이므로
 $p \Rightarrow r$ (삼단논법)
④ $p \Rightarrow r$ 이라 해서 반드시 $r \Rightarrow p$ 인 것은 아니다.
⑤ $p \Rightarrow r$ 이므로 $\sim r \Rightarrow \sim p$ (대우명제)

44. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 세 조건 p, q, r 이 다음과 같다.

$$p : (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$$
$$q : A = B$$
$$r : A \cup B = B$$

이 때, 조건 p 는 조건 q 이기 위한 ㉠조건이고, 조건 q 는 조건 r 이기 위한 ㉡조건이다. ㉠, ㉡에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ① 필요, 충분

② 필요충분, 필요

③ 필요, 필요

④ 필요충분, 충분

⑤ 충분, 필요

해설

$$(A - B) \cup (B - A) = \emptyset \Leftrightarrow A - B = \emptyset, B - A = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B, B \subset A$$
$$\Leftrightarrow A = B \therefore p \Leftrightarrow q \text{ 이므로}$$

㉠: 필요충분조건

$A \cup B = B \Leftrightarrow A \subset B$ 이고 $A = B \Rightarrow A \subset B$ (역은 성립하지 않는다.)

$\therefore q \Rightarrow r$ 이므로 ㉡: 충분조건

45. 임의의 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 4y^2 + 4xy + 10x + ay + b > 0$ 이 성립할 a, b 의 조건은? (단, a, b 는 실수)

- ① $a = 20, b > 25$
- ② $a = 20, b < 25$
- ③ $a = 20, b \geq 25$
- ④ $a = 20, b \leq 25$
- ⑤ $a = 20, b \neq 25$

해설

준식을 x 에 관하여 정리하면
 $x^2 + 2(2y + 5)x + 4y^2 + ay + b > 0 \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 x 의 모든 실수값에 대하여 성립하려면
 $\frac{D}{4} = (2y + 5)^2 - (4y^2 + ay + b) < 0$
 $\therefore (a - 20)y + b - 25 > 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2}$ 이 모든 y 에 대하여 성립하려면 $a = 20$ 이고 $b > 25$ 이다.

46. 집합 M 을 $M = \{3a + 5b | a, b \text{는 음이 아닌 정수}\}$ 로 정의할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ $89 \in M, 97 \in M$

㉡ $K \in M \Rightarrow K + 3 \in M$

㉢ 두 자리의 모든 자연수는 M 의 원소이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $89 = 9 + 80 = 3 \times 3 + 5 \times 16 \in M$
 $97 = 27 + 70 = 3 \times 9 + 5 \times 14 \in M$

㉡ $3a + 5b = K$ 라 하면
 $K + 3 = 3(a + 1) + 5b \in M$

㉢ $10 = 3 \times 0 + 5 \times 2$
 $11 = 3 \times 2 + 5 \times 1$
 $12 = 3 \times 4 + 5 \times 0$
 $13 = 3 \times 1 + 5 \times 2$
 $14 = 3 \times 3 + 5 \times 1$
이므로 15이후의 자연수는 $10 + 5 = 15, 11 + 5 = 16, 12 + 5 = 17, 13 + 5 = 18, 14 + 5 = 19 \cdots$ 의 꼴로 표현이 가능하다.
따라서 두 자리의 모든 자연수는 M 의 원소이다.

47. 집합 $U = \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 있다. $A \cap B = \emptyset, A \cup B = U$ 이고, A 의 모든 원소의 합은 15 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$U = \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$
 $A \cap B = \emptyset, A \cup B = U$ 집합 A, B 는 서로소이고, 전체집합 U 의 모든 원소를 나누어 가진다.
전체집합 U 의 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$ 이고,
 A 의 모든 원소의 합은 15 이므로
집합 B 의 모든 원소의 합은 $55 - 15 = 40$

48. 자연수를 원소로 하는 세 집합 $A = \{x|2 \leq x \leq 10\}$, $B = \{x|5 \leq x \leq 12\}$, $C = \{x|9 \leq x \leq 15\}$ 에 대하여 $A \odot B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 라 할 때, $n((B \odot C) \odot A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A \odot B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 이므로,

$$\begin{aligned} & ((B \odot C) \odot A) \\ &= (((B \cup C) - (B \cap C)) \odot A) \\ &= (\{5, 6, 7, 8, 13, 14, 15\} \odot \{x|2 \leq x \leq 10\}) \\ &= (\{5, 6, 7, 8, 13, 14, 15\} \cup \{x|2 \leq x \leq 10\}) \\ &\quad - (\{5, 6, 7, 8, 13, 14, 15\} \cap \{x|2 \leq x \leq 10\}) \\ &= \{2, 3, 4, 9, 10, 13, 14, 15\} \\ \therefore n((B \odot C) \odot A) &= 8 \end{aligned}$$

49. 자연수 n 에 대한 명제 $p(n)$ 이 있다. $p(n)$, $p(n+1)$ 중 어느 하나가 참이면 $p(n+2)$ 가 참임을 알았다. 명제 $p(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 참이기 위한 필요충분조건은?
- ① $p(1)$ 이 참이다. ② $p(2)$ 가 참이다.
③ $p(1)$ 과 $p(2)$ 가 참이다. ④ $p(1)$ 과 $p(3)$ 이 참이다.
⑤ $p(2)$ 와 $p(3)$ 이 참이다.

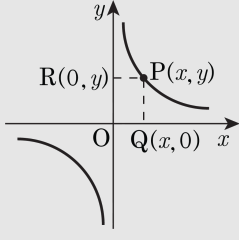
해설

$p(n)$ 또는 $p(n+1)$ 이 참 $\Rightarrow p(n+2)$ 가 참
(i) $p(1)$ 은 참, $p(2)$ 는 거짓이라 하면,
 $p(1) : \text{참} \Rightarrow p(3) : \text{참}$
 $p(2)$ 또는 $p(3) : \text{참} \Rightarrow p(4) : \text{참}$
이와 같이 계속하여 $n \neq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $p(n)$ 은 참이 된다.
(ii) $p(1)$ 은 거짓, $p(2)$ 는 참이라 하면,
 $p(1)$ 또는 $p(2) : \text{참} \Rightarrow p(3) : \text{참}$
 $p(2)$ 또는 $p(3) : \text{참} \Rightarrow p(4) : \text{참}$
이와 같이 계속하여 $n \neq 1$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $p(n)$ 은 참이 된다.
(iii) $p(1)$, $p(2)$ 가 모두 참이라 하면,
 $p(3)$, $p(4)$, $\dots$ 도 계속 참이다.
따라서 (i), (ii), (iii)에서 $p(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 참이 되려면 $p(1)$, $p(2)$ 모두 참이어야 한다.

50. 함수 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프 위의 한 점 P에서 x축과 y축에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 할 때, 사각형 OQPR의 둘레의 길이의 최소값은?
(단, $x > 0$, O는 원점)

- ① $6\sqrt{2}$
- ② $4\sqrt{6}$
- ③ $2\sqrt{6}$
- ④ $3\sqrt{2}$
- ⑤ $\sqrt{3}$

해설



그래프에서 사각형 OQPR의
 (가로의 길이 : x , 세로의 길이 : $y = \frac{6}{x}$)
 둘레는 $2(x + y) = 2\left(x + \frac{6}{x}\right) \geq$
 $2 \cdot 2\sqrt{x \cdot \frac{6}{x}} = 4\sqrt{6}$
 $\therefore$ 둘레의 최소값 $= 4\sqrt{6}$

해설

사각형 OQPR의
 (가로의 길이 : x 세로의 길이 : $y = \frac{6}{x}$)
 $2(x + y)$ 의 최소값을 구하는 문제이다.
 $2(x + y) = k$ 라 놓고
 $y = \frac{6}{x}$ 의 관계식과 연립해서 푼다.
 $k = 2\left(x + \frac{6}{x}\right)$
 이 식을 x 에 대한 이차식으로 정리하면
 $kx = 2x^2 + 12, 2x^2 - kx + 12 = 0$
 두 근의 합, 곱 모두 양,
 실근을 가질 조건 ($D \geq 0$)을 이용
 $D = k^2 - 96 \geq 0$
 $\therefore k \geq \sqrt{96} = 4\sqrt{6} \quad (\because k > 0)$