

1. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = 3n + 2$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = -5, d = -3$

② $a = -5, d = 3$

③ $a = 5, d = -3$

④ $a = 5, d = 3$

⑤ $a = 5, d = 8$

해설

$a_n = 3n + 2$ 이므로
 $a_1 = 3 \cdot 1 + 2 = 5$,
 $a_2 = 3 \cdot 2 + 2 = 8$ 이므로
 $d = a_2 - a_1 = 3$

2. 등차수열 10, 6, 2, -2, -6, ... 에서 공차를 d , 제 10 항을 b 라 할 때, $b + d$ 의 값은?

- ① -10 ② -20 ③ -30 ④ -40 ⑤ -50

해설

공차는 -4 이므로 $d = -4$

$$a_n = 10 + (n - 1)(-4) = -4n + 14$$

$$\therefore a_{10} = -4 \cdot 10 + 14 = -26 \text{ 에서 } b = -26$$

$$\therefore b + d = -26 + (-4) = -30$$

3. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 들어갈 알맞은 수를 순서대로 나열한 것은?

보기

-4, (가), 10, (나), (다)

- ① 1, 12, 14 ② 3, 17, 24 ③ 3, 17, 20
④ 7, 17, 24 ⑤ 7, 13, 16

해설

-4와 10의 등차중항은 $\frac{-4+10}{2} = 3$, 이 수열의 공차는 7이다.
따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수는 3, 17, 24이다.

4. 두 수 3, 7의 조화중항을 x , 두 수 4, 6의 조화중항을 y 라고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$x = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{3+7} = \frac{42}{10}, y = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{4+6} = \frac{48}{10}$$

$$x+y = \frac{42}{10} + \frac{48}{10} = \frac{90}{10} = 9$$

5. 첫째항이 $\frac{7}{4}$, 공차가 $\frac{3}{4}$ 인 등차수열의 첫째항부터 제 17항까지의 합은?

- ① $\frac{167}{4}$ ② $\frac{235}{4}$ ③ $\frac{527}{4}$ ④ $\frac{1105}{4}$ ⑤ $\frac{1054}{4}$

해설

$$\text{구하는 합을 } S_{17} = \frac{17 \left\{ 2 \cdot \frac{7}{4} + (17-1) \cdot \frac{3}{4} \right\}}{2} = \frac{527}{4}$$

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합 $S_{10} = 100$ 이고, 첫째항부터 제 20항까지의 합 $S_{20} = 200$ 일 때, $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

S_{10} 은 첫째항부터 제10까지의 합이고, S_{20} 은 첫째항부터 제20항까지의 합이므로

$$\begin{aligned} a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20} &= S_{20} - S_{10} \\ &= 200 - 100 = 100 \end{aligned}$$

7. $\sum_{k=1}^{100} a_k = 10$, $\sum_{k=1}^{100} a_k^2 = 20$, 일 때, $\sum_{k=1}^{100} (a_k + 1)^2 + \sum_{k=1}^{100} (a_k - 2)^2$ 의 값은?

- ㉠ 520 ㉡ 540 ㉢ 560 ㉣ 580 ㉤ 600

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{100} (a_k + 1)^2 + \sum_{k=1}^{100} (a_k - 2)^2 \\ &= \sum_{k=1}^{100} (2a_k^2 - 2a_k + 5) \\ &= 2 \cdot \sum_{k=1}^{100} a_k^2 - 2 \cdot \sum_{k=1}^{100} a_k + \sum_{k=1}^{100} 5 \\ &= 2 \cdot 20 - 2 \cdot 10 + 500 \\ &= 40 - 20 + 500 = 520 \end{aligned}$$

8. 세 수 $-7 + 2x$, $5 + x$, $5 - 4x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 1

해설

$-7 + 2x$, $5 + x$, $5 - 4x$ 가 등차수열을 이루면 $5 + x$ 가 등차중항

이므로

$$2(5 + x) = -7 + 2x + 5 - 4x$$

$$4x = -12$$

$$\therefore x = -3$$

9. $a, -6, b, -12$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

b 는 -6 과 -12 의 등차중항이므로

$$b = \frac{-6 + (-12)}{2} = -9$$

따라서 이 수열은 공차가 -3 인 등차수열이다.

$$a + (-3) = -6 \text{에서 } a = -3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{-9}{-3} = 3$$

10. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_n = S_n - S_{n-1} \text{ 이므로 } a_{10} = S_{10} - S_9 = (10^2 + 20) - (9^2 + 18) = 21$$

11. $\sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\}$ 의 값은?

- ① 385 ② 550 ③ 1100 ④ 1150 ⑤ 1200

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left\{ 3j + \frac{j(j+1)}{2} \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left(\frac{j^2 + 7j}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (\sum_{j=1}^{10} j^2 + 7 \sum_{j=1}^{10} j) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} + 7 \times \frac{10 \cdot 11}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (385 + 385) = 385 \end{aligned}$$

12. 1과 10 사이에 각각 10개, 20개의 항을 나열하여 만든 두 수열
1, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}, 10$
1, $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{20}, 10$
이 모두 등차수열을 이룰 때, $\frac{a_{10} - a_1}{b_{10} - b_1}$ 의 값은?

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{11}{21}$ ③ $\frac{20}{11}$ ④ $\frac{21}{11}$ ⑤ 2

해설

1, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}, 10$ 의 공차를 p 라 하면 $1 + 11p = 10 \Rightarrow$

$$p = \frac{9}{11}$$

1, $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{20}, 10$ 의 공차를 q 라 하면 $1 + 21q = 10 \Rightarrow$

$$q = \frac{9}{21}$$

$$\frac{a_{10} - a_1}{b_{10} - b_1} = \frac{9p}{9q} = \frac{p}{q} = \frac{\frac{9}{11}}{\frac{9}{21}} = \frac{21}{11}$$

13. $a_5 = 31$, $a_{11} = 13$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

- ① a_{16} ② a_{17} ③ a_{18} ④ a_{19} ⑤ a_{20}

해설

$$\begin{aligned} a_5 &= a + 4d = 31 \\ a_{11} &= a + 10d = 13 \\ 6d &= -18 \\ d &= -3 \\ \therefore a &= 31 + 4 \cdot 3 = 43 \\ \therefore a_n &= 43 + (n-1) \times (-3) \\ &= -3n + 46 \\ -3n + 46 &< 0 \text{인 정수 } n \text{의 최솟값을 구하면} \\ 46 &< 3n \\ 15.\bar{3} &< n \\ \therefore n &= 16 \end{aligned}$$

14. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 두 등차수열 $\{2a_n\}$, $\{3a_n + 2\}$ 의 공차의 합은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 공차가 2이므로

$$a_{n+1} - a_n = 2$$

수열 $\{2a_n\}$ 의 공차를 d_1 이라 하면

$$d_1 = 2a_{n+1} - 2a_n = 2(a_{n+1} - a_n) = 2 \times 2 = 4$$

수열 $\{3a_n + 2\}$ 의 공차를 d_2 이라 하면

$$d_2 = (3a_{n+1} + 2) - (3a_n + 2) = 3(a_{n+1} - a_n) = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore d_1 + d_2 = 4 + 6 = 10$$

15. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항은 20이고, 공차는 d 인 정수일 때, $a_7 \cdot a_8 < 0$ 을 만족한다. 이 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여 $S_n > 0$ 을 만족하는 n 의 최댓값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\{a_n\}$ 이 등차수열이고 첫째항이 양수이므로

$$a_7 \cdot a_8 < 0 \text{에서 } a_7 > 0, a_8 < 0$$

$$a_7 = 20 + 6d > 0, a_8 = 20 + 7d < 0$$

이때 공차 d 는 정수이므로 $d = -3$

$S_n > 0$ 을 만족해야 하므로

$$S_n = \frac{n\{2 \cdot 20 + (n-1) \cdot (-3)\}}{2} > 0$$

$$n(43 - 3n) > 0, n(3n - 43) < 0$$

$$\therefore 0 < n < \frac{43}{3} = 14.\times\times\times$$