1. 등차수열 a_n의 일반항이 $a_n = 3n + 2$일 때, 첫째 항 a와 공차 d는?

① $a = -5,\ d = -3$

② $a = -5,\ d = 3$

③ $a = 5,\ d = -3$

④ $a = 5,\ d = 3$

⑤ $a = 5,\ d = 8$

해설

$a_n = 3n + 2$이므로

$a_1 = 3 \cdot 1 + 2 = 5,$

$a_2 = 3 \cdot 2 + 2 = 8$이므로

$d = a_2 - a_1 = 3$

2. 등차수열 $10,\ 6,\ 2,\ -2,\ -6,\cdots$ 에서 공차를 d, 제 10 항을 b 라 할 때, $b+d$ 의 값은?

① -10 ② -20 ③ -30 ④ -40 ⑤ -50

해설

공차는 -4 이므로 $d=-4$

$a_n = 10+(n-1)(-4) = -4n+14$

$\therefore a_{10} = -4\cdot 10+14 = -26$ 에서 $b=-26$

$\therefore\ b+d = -26+(-4) = -30$

3. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 들어갈 알맞은 수를 순서대로 나열한 것은?

보기

-4, (가), 10, (나), (다)

① 1, 12, 14 ② 3, 17, 24 ③ 3, 17, 20

④ 7, 17, 24 ⑤ 7, 13, 16

해설

-4와 10의 등차중항은 $\frac{-4+10}{2}=3$, 이 수열의 공차는 7이다.

따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수는 3, 17, 24이다.

4. 두 수 3, 7의 조화중항을 x, 두 수 4, 6의 조화중항을 y라고 할 때, $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$x=\frac{2\cdot 3\cdot 7}{3+7}=\frac{42}{10},\ y=\frac{2\cdot 4\cdot 6}{4+6}=\frac{48}{10}$$

$$x+y=\frac{42}{10}+\frac{48}{10}=\frac{90}{10}=9$$

5. 첫째항이 $\frac{7}{4}$, 공차가 $\frac{3}{4}$ 인 등차수열의 첫째항부터 제 17 항까지의 합은?

① $\frac{167}{4}$ ② $\frac{235}{4}$ ③ $\frac{527}{4}$ ④ $\frac{1105}{4}$ ⑤ $\frac{1054}{4}$

해설

구하는 합을 $S_{17} = \frac{17\left\{2 \cdot \frac{7}{4} + (17-1) \cdot \frac{3}{4}\right\}}{2} = \frac{527}{4}$

6. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 10 항까지의 합 $S_{10} = 100$이고, 첫째항부터 제 20 항까지의 합 $S_{20} = 200$일 때, $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

S_{10}은 첫째항부터 제10까지의 합이고, S_{20}은 첫째항부터 제20항까지의 합이므로

$a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20} = S_{20} - S_{10}$

$= 200 - 100 = 100$

7. $\sum_{k=1}^{100} a_k = 10$, $\sum_{k=1}^{100} a_k^2 = 20$, 일 때, $\sum_{k=1}^{100}(a_k+1)^2 + \sum_{k=1}^{100}(a_k-2)^2$ 의 값은?

① 520 ② 540 ③ 560 ④ 580 ⑤ 600

해설

$$\sum_{k=1}^{100}(a_k+1)^2 + \sum_{k=1}^{100}(a_k-2)^2$$
$$= \sum_{k=1}^{100}(2a_k^2 - 2a_k + 5)$$
$$= 2\cdot\sum_{k=1}^{100} a_k^2 - 2\cdot\sum_{k=1}^{100} a_k + \sum_{k=1}^{100} 5$$
$$= 2\cdot 20 - 2\cdot 10 + 500$$
$$= 40 - 20 + 500 = 520$$

8. 세 수 $-7+2x,\ 5+x,\ 5-4x$가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 1

해설

$-7+2x,\ 5+x,\ 5-4x$가 등차수열을 이루면 $5+x$가 등차중항이므로

$2(5+x)=-7+2x+5-4x$

$4x=-12$

$\therefore\ x=-3$

9. $a,\ -6,\ b,\ -12$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\frac{b}{a}$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

b는 -6과 -12의 등차중항이므로

$$b = \frac{-6 + (-12)}{2} = -9$$

따라서 이 수열은 공차가 -3인 등차수열이다.

$a + (-3) = -6$에서 $a = -3$

$$\therefore\ \frac{b}{a} = \frac{-9}{-3} = 3$$

10. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n = n^2 + 2n$일 때, a_{10}의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$a_n = S_n - S_{n-1}$이므로 $a_{10} = S_{10} - S_9 = (10^2 + 20) - (9^2 + 18) = 21$

11. $\sum_{j=1}^{10}\left\{\sum_{i=1}^{j}(3+i)\right\}$ 의 값은?

① 385 ② 550 ③ 1100 ④ 1150 ⑤ 1200

해설

$$\sum_{j=1}^{10}\left\{\sum_{i=1}^{j}(3+i)\right\}$$

$$=\sum_{j=1}^{10}\left\{3j+\frac{j(j+1)}{2}\right\}$$

$$=\sum_{j=1}^{10}\left(\frac{j^2+7i}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{10}j^2+7\sum_{j=1}^{10}j\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{10\cdot 11\cdot 21}{6}+7\times\frac{10\cdot 11}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}(385+385)=385$$

12. 1과 10 사이에 각각 10개, 20개의 항을 나열하여 만든 두 수열

$1,\ a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_{10},\ 10$

$1,\ b_1,\ b_2,\ b_3,\ \cdots,\ b_{20},\ 10$

이 모두 등차수열을 이룰 때, $\dfrac{a_{10}-a_1}{b_{10}-b_1}$ 의 값은?

① $\dfrac{10}{21}$ ② $\dfrac{11}{21}$ ③ $\dfrac{20}{11}$ ④ $\dfrac{21}{11}$ ⑤ 2

해설

$1,\ a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_{10},\ 10$의 공차를 p라 하면 $1+11p=10 \Rightarrow$

$p=\dfrac{9}{11}$

$1,\ b_1,\ b_2,\ b_3,\ \cdots,\ b_{20},\ 10$의 공차를 q라 하면 $1+21q=10 \Rightarrow$

$q=\dfrac{9}{21}$

$$\frac{a_{10}-a_1}{b_{10}-b_1}=\frac{9p}{9q}=\frac{p}{q}=\frac{\frac{9}{11}}{\frac{9}{21}}=\frac{21}{11}$$

13. $a_5 = 31,\ a_{11} = 13$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16} ② a_{17} ③ a_{18} ④ a_{19} ⑤ a_{20}

해설

$a_5 = a + 4d = 31$

$a_{11} = a + 10d = 13$

$6d = -18$

$d = -3$

$\therefore a = 31 + 4 \cdot 3 = 43$

$\therefore a_n = 43 + (n-1) \times (-3)$

$= -3n + 46$

$-3n + 46 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$46 < 3n$

$15. \times \times < n$

$\therefore n = 16$

14. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 두 등차수열 $\{2a_n\}$, $\{3a_n+2\}$의 공차의 합은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

수열 $\{a_n\}$의 공차가 2이므로

$a_{n+1}-a_n=2$

수열 $\{2a_n\}$의 공차를 d_1이라 하면

$d_1=2a_{n+1}-2a_n=2(a_{n+1}-a_n)=2\times 2=4$

수열 $\{3a_n+2\}$의 공차를 d_2이라 하면

$d_2=(3a_{n+1}+2)-(3a_n+2)=3(a_{n+1}-a_n)=3\times 2=6$

$\therefore\ d_1+d_2=4+6=10$

15. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항은 20이고, 공차는 d인 정수일 때, $a_7 \cdot a_8 < 0$을 만족한다. 이 수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n에 대하여 $S_n > 0$을 만족하는 n의 최댓값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\{a_n\}$이 등차수열이고 첫째항이 양수이므로

$a_7 \cdot a_8 < 0$에서 $a_7 > 0,\ a_8 < 0$

$a_7 = 20 + 6d > 0,\ a_8 = 20 + 7d < 0$

이때 공차 d는 정수이므로 $d = -3$

$S_n > 0$을 만족해야 하므로

$$S_n = \frac{n\{2 \cdot 20 + (n-1) \cdot (-3)\}}{2} > 0$$

$n(43 - 3n) > 0,\ n(3n - 43) < 0$

$$\therefore\ 0 < n < \frac{43}{3} = 14.\times\times\times$$