

1. $\sqrt{3} < 2x - 5 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 모두 합하면?

- ① 9 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

각 변을 제곱하면 $3 < (2x - 5)^2 < 27$

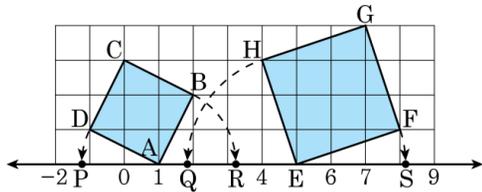
$(2x - 5)^2 = 2^2, 3^2, 4^2, 5^2$

$2x - 5 = 2, 3, 4, 5$

이 때 x 값이 정수가 되는 경우는 $2x - 5 = 3, 2x - 5 = 5$ 이다.

$\therefore x = 4, 5$

2. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 가 정사각형이고 $\overline{AD} = \overline{AP} = \overline{AR}$, $\overline{EH} = \overline{EQ} = \overline{ES}$ 일 때, 점 P, Q, R, S에 대응하는 수를 바르게 짝지은 것을 모두 고르면?



- | | |
|---------------------|----------------------|
| ㉠ $P(-\sqrt{2})$ | ㉡ $Q(5 - \sqrt{3})$ |
| ㉢ $R(1 + \sqrt{5})$ | ㉣ $S(5 + \sqrt{10})$ |

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉣

해설

$\square ABCD$ 의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$, $\square EFGH$ 의 넓이는 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$
따라서 ㉠ $P(1 - \sqrt{5})$ ㉡ $Q(5 - \sqrt{10})$

3. 두 실수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{5} \approx 2.236$)

- ① $\sqrt{5} - 0.5$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ② $\sqrt{2} + 0.2$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ④ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수 한 개가 있다.
- ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수와 유한개의 유리수가 있다.

해설

⑤ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수와 역시 무수히 많은 유리수가 있다.

4. $x^2 + ax - 12 = (x + b)(x + 4)$, $x^2 - 5x - c = (x + 3)(x + d)$ 일 때,
 $a + b + c + d$ 는? (a, b, c, d 는 상수)

① -12 ② 14 ③ 20 ④ -28 ⑤ -34

해설

$$\begin{aligned}x^2 + ax - 12 &= (x + b)(x + 4) = x^2 + (b + 4)x + 4b \\a &= b + 4, \quad -12 = 4b \\ \therefore b &= -3, \quad a = -3 + 4 = 1 \\x^2 - 5x - c &= (x + 3)(x + d) = x^2 + (d + 3)x + 3d \\-5 &= d + 3, \quad c = -3d \\ \therefore d &= -8, \quad c = -3 \times (-8) = 24 \\ \therefore a + b + c + d &= 1 - 3 + 24 - 8 = 14\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + ax - 12 &= (x + b)(x + 4) \text{ 에서 상수항을 비교하면} \\-12 &= 4b \quad \therefore b = -3 \\b = -3 \text{ 을 식에 대입하면} \\x^2 + ax - 12 &= (x - 3)(x + 4) = x^2 + x - 12 \\ \therefore a &= 1 \\x^2 - 5x - c &= (x + 3)(x + d) \text{ 에서 } x \text{ 의 계수를 비교하면} \\-5 &= 3 + d \quad \therefore d = -8 \\d = -8 \text{ 을 식에 대입하면} \\x^2 - 5x - c &= (x + 3)(x - 8) = x^2 - 5x - 24 \\ \therefore c &= 24\end{aligned}$$

5. $(4x - y)\left(x - \frac{1}{2}y\right)$ 를 전개하였을 때, xy 의 계수와 y^2 의 계수의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{2}$

해설

$$(\text{준식}) = 4x^2 - 2xy - xy + \frac{1}{2}y^2 = 4x^2 - 3xy + \frac{1}{2}y^2$$

xy 의 계수 : -3

y^2 의 계수 : $\frac{1}{2}$

$$\therefore -3 \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

6. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것은?

- ① $x^2 + x - 6$ ② $x^2 - 4$ ③ $2x^2 + 7x + 6$
④ $2x^2 + 3x - 2$ ⑤ $3x^2 + 7x + 2$

해설

- ① $(x+3)(x-2)$
② $(x-2)(x+2)$
③ $(2x+3)(x+2)$
④ $(2x-1)(x+2)$
⑤ $(3x+1)(x+2)$
공통인 인수는 $x+2$ 이므로 구하는 답은 ①이다.

7. $6x^2 + ax + 15 = (2x + b)(cx + 5)$ 이고 a, b, c 는 상수일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$$6x^2 + ax + 15 = 2cx^2 + (10 + bc)x + 5b$$

$$2c = 6, 5b = 15, 10 + bc = a$$

$$c = 3, b = 3, a = 19$$

$$\therefore a + b + c = 25$$

8. 이차식 $ax^2 + bx + c$ 를 인수분해 하는데 민수는 x 의 계수를 잘못 보고 풀어서 $2(x+1)(x-5)$ 가 되었고, 진영이는 상수항을 잘못 보고 풀어서 $(2x+5)(x-3)$ 이 되었다.

다음 중 $x^2 + Ax + B$ 를 옳게 인수 분해한 것은?

- ① $(2x-5)(x+2)$ ② $2(x+1)^2$
③ $(x-2)(x+2)$ ④ $(x-2)(x+3)$
⑤ $(2x-4)(x+5)$

해설

민수는 $2(x+1)(x-5)$ 에서 상수항 -10 을 맞게 보았고,
진영이는 $(2x+5)(x-3)$ 에서 x 의 계수 -1 을 맞게 보았다.
따라서 $2x^2 - x - 10 = (2x-5)(x+2)$ 이다.

9. 다음에 주어진 두 식에 대한 설명으로 틀린 것은?

$$A = a^2b - ab^2$$

$$B = a^3 - ab^2$$

- ① 식 A 의 인수는 7 개이다.
- ② $(a + b)$ 는 식 B 의 인수이다.
- ③ 식 B 의 인수는 7 개이다.
- ④ 식 A 와 식 B 의 공통인 인수는 $(a - b)$ 이다.
- ⑤ ab 는 식 A 의 인수이다.

해설

$$A = a^2b - ab^2 = ab(a - b)$$

$$B = a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a - b)(a + b)$$

식 A 의 인수는 $a, b, (a - b), ab, a(a - b), b(a - b), ab(a - b)$ 이므로 7 개이다.

식 B 의 인수는 $a, (a - b), (a + b), a(a - b), a(a + b), (a - b)(a + b), a(a - b)(a + b)$ 이므로 7 개이다.

10. 다항식 $4(p+q)^2 - 4(p+q)p + p^2$ 을 인수분해하여 간단히 나타낸 것은?

- ① $(p+q)^2$ ② $(p+2q)^2$ ③ $(2p+q)^2$
④ $(p-q)^2$ ⑤ $(p-2q)^2$

해설

$$\begin{aligned} p+q &= t \text{ 로 치환하면} \\ 4(p+q)^2 - 4(p+q)p + p^2 &= 4t^2 - 4tp + p^2 \\ &= (2t-p)^2 \\ &= (p+2q)^2 \end{aligned}$$

11. $2(x-y)(x-y+1) - 24$ 를 인수분해하면 $a(x-by+c)(x-y+4)$ 일 때, $ax^2 + bx + c$ 를 인수분해하면?

① $(3x-1)(x-2)$

② $(2x+3)(x+1)$

③ $(3x-2)^2$

④ $(2x+3)(x-1)$

⑤ $(3x+2)(x-1)$

해설

$x-y = A$ 라 하면

$$2A(A+1) - 24 = 2A^2 + 2A - 24$$

$$= 2(A+4)(A-3)$$

$$= 2(x-y+4)(x-y-3)$$

따라서 $a=2$, $b=1$, $c=-3$ 이다.

$$\therefore 2x^2 + x - 3 = (2x+3)(x-1)$$

12. 이차식 $x^2 - 3xy + 2y^2 + 4x - 5y + 3$ 을 인수분해 하였더니 $(ax - y + b)(x + cy - d)$ 가 되었다. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a + b = 3$

② $b + c = 2$

③ $c + d = 1$

④ $a + c = -1$

⑤ $b + d = -3$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (4 - 3y)x + 2y^2 - 5y + 3 \\ &= x^2 + (4 - 3y)x + (2y - 3)(y - 1) \\ &= (x - 2y + 3)(x - y + 1) \\ \therefore & a = 1, b = 1, c = -2, d = -3 \end{aligned}$$

13. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ $\frac{\pi}{4}$ 는 유리수가 아니다.
- ㉡ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ $1 - \sqrt{7}, \sqrt{121}, -\sqrt{15^2}, \pi$ 는 모두 무리수이다.
- ㉣ 무리수이면서 유리수인 수는 없다.
- ㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

- ㉠ 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ $\sqrt{121}, -\sqrt{15^2}$ 는 유리수이다.
- ㉢ 0의 제곱근은 0의 1개 뿐이다.

14. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x &= \pm 2, y = \pm 3 \\x - y &= -1, 5, -5, 1 \\ \therefore M - m &= 5 - (-5) = 10\end{aligned}$$

15. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① $-12a$

② $12a$

③ $12a^2$

④ $-12a^2$

⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$

$$-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$$

$$\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$$

16. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, 0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0, 1 - b > 0$

$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$

$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$

$= -2a + a - b + 1 - b$

$= -a - 2b + 1$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

17. $\{x|300 \leq x \leq 600, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여 $\sqrt{3} \times \sqrt{x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 정수 x 의 개수를 구하면?

- ① 5개 ② 52개 ③ 100개
④ 101개 ⑤ 301개

해설

$\sqrt{3} \times \sqrt{x} = \sqrt{3x}$ 가 양의 정수일 때, $3x$ 는 제곱수가 되어야 하고 이 때, $x = 3k^2$ (k 는 자연수)이다.

$$300 \leq 3k^2 \leq 600 \Leftrightarrow 100 \leq k^2 \leq 200$$

$$k^2 = 10^2, 11^2, 12^2, 13^2, 14^2$$

$\therefore x$ 의 개수는 5개

18. $\sqrt{180-18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\sqrt{180-18a} = \sqrt{18(10-a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10-a}$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로
 $a = 8$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로
 $a = 2$
 $M = 8, m = 2$ 이다.
따라서 $Mm = 16$ 이다.

19. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b - a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.
그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.
따라서 b 가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

20. 다음의 두 식 A, B 에 대하여 $A+B$ 를 계산하여라.

$$A = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$$

$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2}$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

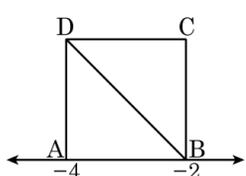
$$3 < \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3$$

$$A = -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0$$

$$B = (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$

$$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$$

21. 다음과 같이 수직선 위의 점 $A(-4)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: 4π

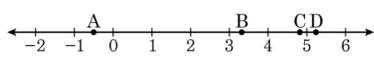
해설

정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로 대각선 BD 의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi$ 이다.

22. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2, 2\sqrt{5}-5, 10-3\sqrt{5}, \sqrt{27}$ 이다. 점 A에 대응하는 수를 a , 점 B에 대응하는 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?



- ① $3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+10$ ② $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-7$
 ③ $3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-5$ ④ $5-\sqrt{5}$
 ⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$$\begin{aligned}
 4\sqrt{3}-2 &= \sqrt{48}-2 \approx 4. \times \times \times : C \\
 2\sqrt{5}-5 &= \sqrt{20}-5 \approx -0. \times \times \times : A \\
 10-3\sqrt{5} &= 10-\sqrt{45} \approx 3. \times \times \times : B \\
 \sqrt{27} &\approx 5. \times \times \times : D \\
 a &= 2\sqrt{5}-5, b = 10-3\sqrt{5} \\
 \therefore a+b &= (2\sqrt{5}-5) + (10-3\sqrt{5}) = 5-\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

23. $x, y > 0$ 이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126$, $2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} \\ &= \sqrt{18 \times 18 \times x^2} \\ &= 18x \end{aligned}$$

$$18x = 126$$

$$\therefore x = 7$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} \\ &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} \\ &= 6\sqrt{14y} \end{aligned}$$

$$6\sqrt{14y} = 84$$

$$\sqrt{14y} = 14, y = 14$$

$$\therefore \frac{1}{x} \times y = \frac{1}{7} \times 14 = 2$$

24. 다음에서 x 의 값을 구하여라.

$\sqrt{2.52}$ 는 $\sqrt{7}$ 의 x 배이다.

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{3}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{2.52} &= \sqrt{\frac{252}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{10^2}} \\ &= \frac{6}{10} \sqrt{7} = \frac{3}{5} \sqrt{7} \\ \therefore x &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

25. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x+y}$

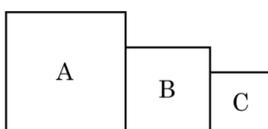
④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ \sqrt{xy}

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2+3} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

26. 다음 그림에서 사각형 A, B, C는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 B는 C의 2배, A는 B의 2배인 관계가 있다고 한다. A의 넓이가 2cm^2 일 때, C의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}\text{cm}$ ② $\frac{1}{2}\text{cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

따라서, C의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$ 이다.

27. $\sqrt{20} + \sqrt{0.2} + \frac{4}{\sqrt{5}} = a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = b\sqrt{6}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?

- ① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$2\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{10\sqrt{5} + \sqrt{5} + 4\sqrt{5}}{5} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore a = 3$$

$$\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = \sqrt{\frac{25}{10} \times \frac{6}{5} \times 18} = 3\sqrt{6}$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a \times b = 9$$

28. 실수 x, y 에 대하여 연산 \odot 를 $x \odot y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}y + \sqrt{2}xy$ 라 하자. 등식 $(a \odot 2) + (2a \odot 1) = b\sqrt{3} + 20\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 14 ② 17 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & (a \odot 2) + (2a \odot 1) \\ &= \sqrt{3}a + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}a + 2\sqrt{3}a + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}a \\ &= (a + 2 + 2a + 1)\sqrt{3} + (2a + 2a)\sqrt{2} \\ &= (3a + 3)\sqrt{3} + 4a\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$b = 3a + 3, 4a = 20 \text{ 이므로 } a = 5, b = 18$$

$$\therefore a + b = 23$$

29. a, b 가 유리수일 때, $(\sqrt{3}-1)a+2b=0$ 을 만족하는 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=0$

▷ 정답: $b=0$

해설

동류항끼리 정리하면 $\sqrt{3}a+(-a+2b)=0$ 이므로 $a=0, b=0$

30. 부등식 $3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 에서 $\sqrt{2} + 1 > 0$ 이므로

$$\frac{3}{\sqrt{2} + 1} \leq x \leq \frac{7}{\sqrt{2} + 1} \therefore 3\sqrt{2} - 3 \leq x \leq 7\sqrt{2} - 7$$

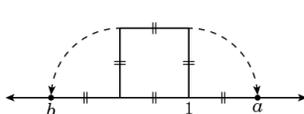
$$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5 \text{ 에서 } 1 < 3\sqrt{2} - 3 < 2$$

$$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10 \text{ 에서 } 2 < 7\sqrt{2} - 7 < 3$$

$1. \times \times \times \leq x \leq 2. \times \times \times$ 이므로

따라서 자연수 $x = 2$ 이다.

31. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



- ① $\sqrt{2}-2$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ $2-\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

넓이가 2인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

$$a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

32. 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(72) - f(32)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{2} - 3$

해설

$\sqrt{72} = 8.326\dots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은 $\sqrt{72} - 8 = 6\sqrt{2} - 8$ 이다.

$\sqrt{32} = 5.656\dots$ 이므로 정수 부분은 5, 소수 부분은 $\sqrt{32} - 5 = 4\sqrt{2} - 5$ 이다.

$f(72) - f(32) = (6\sqrt{2} - 8) - (4\sqrt{2} - 5) = 2\sqrt{2} - 3$ 이다.

33. 다음은 이차식을 완전제곱식으로 나타내는 과정이다. A, B, C, D 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라. (단, $D > 0$)

보기

$$\textcircled{㉠} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2$$

$$\textcircled{㉡} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2$$

▶ 답:

▷ 정답: 33

해설

$$\textcircled{㉠} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}B \times 2 = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{3}$$

$$A = B^2 \text{ 이므로 } A = \frac{1}{9}$$

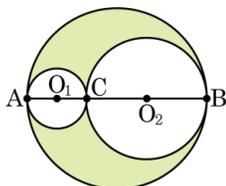
$$\textcircled{㉡} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2 \text{ 이므로}$$

$$D = \sqrt{9} = 3, C = -5D \times 2 = -10D = -30$$

따라서 가장 큰 수는 3, 가장 작은 수는 -30

그러므로 $3 - (-30) = 33$ 이다.

34. 다음 그림에서 \overline{AB} 를 지름으로 하는 큰 원과 두 원 O_1, O_2 가 세 점 A, B, C 에서 서로 접하고 있다. 원 O_1 의 반지름이 a , 원 O_2 의 반지름이 b 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 a 와 b 를 사용하여 나타내면?



- ① $\pi(3a^2 + 3b^2 + 8ab)$ ② $8\pi ab$
 ③ $2\pi ab$ ④ πab
 ⑤ $\pi(2a^2 + 2b^2 + 8ab)$

해설

O_1 의 반지름은 a , O_2 의 반지름은 b 이므로 큰 원의 반지름은 $a + b$ 이다.
 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(a+b)^2\pi - a^2\pi - b^2\pi = 2ab\pi$ 이다.

35. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때, $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x+2 &= A, \quad 3x-1 = B \text{로 치환하면} \\2A^2 + AB - B^2 &= (2A-B)(A+B) \\&= (2x+4-3x+1)(x+2+3x-1) \\&= -(x-5)(4x+1) \\ \therefore ab+cd &= 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1\end{aligned}$$

36. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ &a = 1, b = 3, c = -1 \\ &\therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

37. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, \square 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y) \\ \therefore 9 + 3 + 3 &= 15 \end{aligned}$$

38. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2-6)(2+6) + (10-14)(10+14) \\ &\quad + (18-22)(18+22) \\ &\quad + (26-30)(26+30) \\ &= -4(2+6+10+14+18+22+26+30) \\ &= -4 \times 4 \times 32 \\ &= -512\end{aligned}$$

39. $a = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1} &= \frac{(a^2 - 2a + 1) + 2}{(a - 1)^2 + 2} \\ &= \frac{a - 1}{(1 + \sqrt{2} - 1)^2 + 2} \\ &= \frac{1 + \sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 + 2} \\ &= \frac{2 + 2\sqrt{2}}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

40. $a = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$ 의 값은?

- ① $41 - 22\sqrt{3}$ ② $22 + 41\sqrt{3}$ ③ $22 - 41\sqrt{3}$
④ $22\sqrt{3} - 41$ ⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} a + 2 &= t \text{ 로 치환하면} \\ 3(a + 2)^2 - 2(a + 2) - 8 & \\ &= 3t^2 - 2t - 8 \\ &= (t - 2)(3t + 4) \\ &= (a + 2 - 2) \{3(a + 2) + 4\} = a(3a + 10) \\ &= (\sqrt{3} + 2)(3\sqrt{3} + 16) \\ &= 41 + 22\sqrt{3} \end{aligned}$$