

1. $2^3 \times 32 = 2^{\square}$ 일 때, 안에 알맞은 수는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$32 = 2^5 \text{ 이므로 } 2^3 \times 2^5 = 2^8$$

2. 다음 결과 중 옳은 것은?

① $a^2 \times a^4 = a^8$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^5b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^6b^7$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{11}b^3$

해설

① $a^2 \times a^4 = a^6$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^6b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^{6+2}b^6 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^8b^{6+2} = a^8b^8$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{10+4}b^3 = a^{14}b^3$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

4. $(3x^a)^b = 81x^{24}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$(3x^a)^b = 3^b x^{ab} = 81x^{24}$ 이므로 $b = 4$, $ab = 24$ 이다.

따라서 $a = 6$ 이므로 $a + b = 6 + 4 = 10$ 이다.

5. $\frac{4^3 + 4^3}{3^2 + 3^2 + 3^2} \times \frac{9^2 + 9^2 + 9^2}{2^6 + 2^6}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$4^3 + 4^3 = 2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$3^2 + 3^2 + 3^2 = 3 \times 3^2 = 3^3$$

$$9^2 + 9^2 + 9^2 = 3^4 + 3^4 + 3^4 = 3 \times 3^4 = 3^5$$

$$2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$\therefore \frac{2^7}{3^3} \times \frac{3^5}{2^7} = 9$$

6. $5^{12} = A$ 일 때, 다음 중 $5^{13} - 5^{11}$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{5}A$

② $\frac{4}{5}A$

③ $\frac{24}{5}A$

④ $\frac{26}{5}A$

⑤ $\frac{32}{5}A$

해설

$$\begin{aligned}5^{13} - 5^{11} &= 5 \times 5^{12} - \frac{1}{5} \times 5^{12} \\ &= \left(5 - \frac{1}{5}\right) \times 5^{12} \\ &= \frac{24}{5}A\end{aligned}$$

7. $2^{16} \times 5^{20}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

해설

$$2^{16} \times 5^{16} \times 5^4 = (2 \times 5)^{16} \times 5^4 = 625 \times 10^{16}$$

따라서 19 자리의 자연수이다.

8. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8자리의 수

② 9자리의 수

③ 10자리의 수

④ 11자리의 수

⑤ 12자리의 수

해설

$$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$$

따라서 10자리의 수이다.

9. $n < m < 10$ 인 자연수 m, n 에 대하여 $\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^8$ 을 만족하는 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$$\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \frac{n^m}{m^m} \times \frac{m^n}{n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{m}{n}\right)^n = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{n}{m}\right)^{-n} = \left(\frac{n}{m}\right)^{m-n}$$

따라서 $n < m < 10$ 이고 $m - n = 8$ 을 만족하는 자연수 m, n 은 $m = 9, n = 1$ 이다.

$$\therefore m + n = 10$$

10. 다음 식을 간단히 하면?

$$(-a^3) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

① 1

② 2

③ $\frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (-a^3) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \\ &= -a^3 \times \frac{8}{a^3} \times \left(-\frac{1}{8}\right) = 1 \end{aligned}$$

11. $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)}$ 을 간단히 하여라. (단, $x > y$)

① 2

② $\frac{a}{b}$

③ $\frac{b^{2x}}{a^{2y}}$

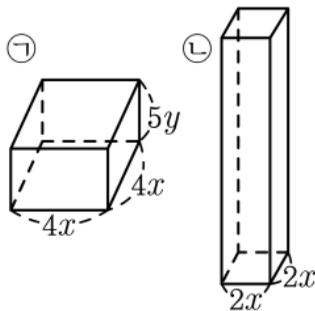
④ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y}$

⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2y}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)} &= a^{2x-2y}b^{2y-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2y}}{b^{2x-2y}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y} \end{aligned}$$

12. 다음 그림은 밑면이 정사각형인 직육면체이다. ㉠의 직육면체는 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $4x$ 이고, 높이가 $5y$ 이다. ㉠과 ㉡의 부피가 같고, ㉡의 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $2x$ 라면 ㉡의 높이는 얼마인지 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $20y$

해설

직육면체의 부피는 (가로) \times (세로) \times (높이)이다.

$$\text{㉠의 부피} = (4x)^2 \times 5y = 80x^2y$$

$$\text{㉡의 부피} = (2x)^2 \times (\text{높이}) = 4x^2 \times (\text{높이}) \text{ 이므로}$$

$$80x^2y = 4x^2 \times (\text{높이})$$

$$\therefore (\text{높이}) = 20y$$

13. $\left(\frac{1}{3}xy^2z\right)^2 \times \frac{2x^2y}{3} \div \left(-\frac{xyz}{27}\right) = ax^by^cz$ 에서 $a^2 - b + \frac{5}{2}c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$\frac{1}{9}x^2y^4z^2 \times \frac{2x^2y}{3} \times \frac{-27}{xyz} = -2x^3y^4z = ax^by^cz \text{ 이므로}$$

$a = -2, b = 3, c = 4$ 이다. 따라서 $a^2 - b + \frac{5}{2}c = 4 - 3 + 10 = 11$ 이다.

14. 다음 안에 알맞은 식을 구하여라.

$$\left(-\frac{14a}{7b^2}\right)^2 \div \left(\square\right)^2 \times \frac{b^6}{a^4} = \frac{1}{a^2}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $2b$

▷ 정답 : $-2b$

해설

$$\left(-\frac{14a}{7b^2}\right)^2 \div \left(\square\right)^2 \times \frac{b^6}{a^4} = \frac{1}{a^2}$$

$$\frac{4a^2}{b^4} \times \left(\frac{1}{\square}\right)^2 \times \frac{b^6}{a^4} = \frac{1}{a^2}$$

$$\left(\frac{1}{\square}\right)^2 \times \left(\frac{4a^2}{b^4}\right) \times \frac{b^6}{a^4} = \frac{1}{a^2}$$

$$\left(\frac{1}{\square}\right)^2 \times \frac{4b^2}{a^2} = \frac{1}{a^2}$$

$$\left(\frac{1}{\square}\right)^2 = \frac{1}{4b^2}, \quad \left(\frac{1}{\square}\right)^2 = \left(\frac{1}{2b}\right)^2$$

$$\therefore \square = \pm 2b$$

15. 다음 그림은 밑면의 가로 길이가 $5a$, 세로 길이가 $2b^2$ 인 직육면체이다. 이 직육면체의 부피가 $40a^3b^4$ 일 때, 높이는?

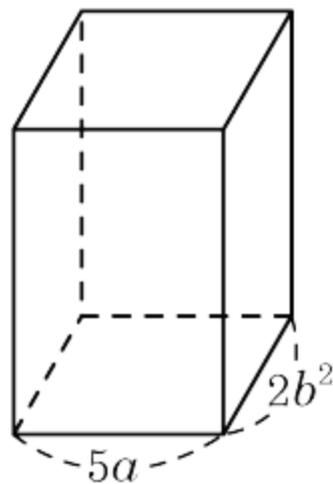
① $2a^2b^3$

② $3a^3b^2$

③ $4a^2b^2$

④ $5a^4b^2$

⑤ $6a^2b^5$

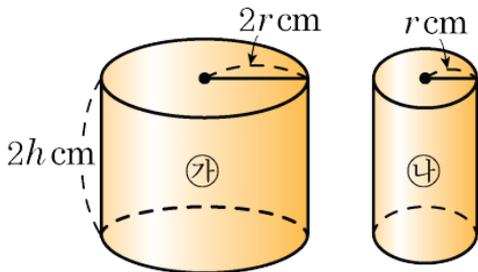


해설

$$40a^3b^4 = 5a \times 2b^2 \times (\text{높이})$$

$$(\text{높이}) = 40a^3b^4 \div 5a \div 2b^2 = 4a^2b^2$$

16. 밑면의 반지름의 길이가 $2r$ cm, 높이가 $2h$ cm 인 원기둥 ㉠과 밑면의 반지름의 길이가 r cm, 높이가 $2h$ cm 인 원기둥 ㉡가 있다. ㉠의 부피는 ㉡의 부피의 몇 배인지 빈칸에 알맞은 답을 써넣어라.



㉠의 부피 : ㉡의 부피 = () : 1

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

㉠의 부피는 $(2r)^2 \times \pi \times 2h = 8\pi r^2 h$ 이다.

㉡의 부피는 $r^2 \pi \times 2h = 2\pi r^2 h$ 이다.

따라서 ㉠의 부피와 ㉡의 부피 비는 4 : 1 이다.

17. 메모리 용량 1MB 의 2^{10} 배를 1GB 라고 한다.
준호가 가지고 있는 PMP 가 32GB 의 용량이라고 하면, 준호는 256MB 의 동영상 강의를 몇 개 넣을 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 128 개

해설

1GB 는 1MB 의 2^{10} 배 이므로 32GB 는 (32×2^{10}) MB 이다.

$(32 \times 2^{10}) \div 256 = (32 \times 2^{10}) \div (2^8) = 32 \times 2^2 = 32 \times 4 = 128$
이다.

따라서 PMP 에는 128 개의 동영상 강의를 들어갈 수 있다.

18. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A + B + C - D$ 의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2} \right)^D = \frac{x^{12} y^{20}}{16z^8}$$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2} \right)^D = \frac{x^{12} y^{20}}{16z^8}$$

$$(z^2)^D = z^8, D = 4$$

$$\left(-\frac{x^3 y^5}{2z^2} \right)^4$$

$$A = 3, B = 5, C = 2$$

$$\therefore A + B + C - D = 3 + 5 + 2 - 4 = 6$$

19. n 이 자연수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$

㉡ $(-1)^n - (-1)^{n+1} = 1$ (단, n 은 짝수)

㉢ $(-1)^n \times (-1)^{n+1} = -1$

㉣ $(-1)^n \div (-1)^{n+1} = 1$

① ㉠

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ 모든 자연수에 대하여 $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$ 이다.

㉡ $1 - (-1) = 1 + 1 = 2$

㉢ $(-1)^{n+n+1} = (-1)^{2n+1} = -1$

㉣ n 이 홀수일 때, $(-1) \div 1 = -1$ 이고, n 이 짝수일 때, $1 \div (-1) = -1$ 이므로 -1 이다.

이므로 옳은 것은 ㉠, ㉢이 답이다.

20. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$$a + 3 = 3a - 1, \therefore a = 2$$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.