1. 유리수는 유한소수와 (가)로 나누어진다. 다음 중 (가)에 속하는 것을 모두 고르면?

㉠ $\frac{1}{256}$	㉡ $-3.141592\cdots$
㉢ $0.3151515\cdots$	㉣ $\frac{6}{36}$
㉤ $-\frac{555}{50}$	㉥ $\frac{17}{2\times5\times7}$
㉦ $\frac{21}{2\times5\times7}$	㉧ $-\frac{99}{2\times3^2\times11}$

① ㉠, ㉢ ② ㉦, ㉧ ③ ㉢, ㉣, ㉥
④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉤, ㉥, ㉧

해설

유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.
㉠ 유한소수
㉡ 순환하지 않는 무한소수
㉢ 순환소수
㉣ 순환소수
㉤ 유한소수
㉥ 순환소수
㉦ 유한소수
㉧ 유한소수

2. $\frac{35}{900}$ 에 어떤 자연수 n 을 곱하면 유한소수가 된다고 할 때, n 의 값 중 가장 작은 것은?

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\frac{35}{900} = \frac{7}{180} = \frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5}$

$\frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5} \times n$ 이 유한소수가 되려면 3^2 이 약분되어야 하므로 n 은 3^2 의 배수이어야 한다.

$n = 9$

3. 분수 $\frac{x}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 가 보기의 조건을 모두 만족할 때, x 의 값 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

보기

① 소수로 나타내면 유한소수가 된다.
② x 는 2 와 3 의 공배수이다
③ $100 \leq x \leq 200$

▶ 답 :

▷ 정답 : 168

해설

$\frac{x}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$: 유한소수이려면 x 는 21 의 배수
조건 ②에 의해 6 의 배수이어야 하므로
x는 $100 \leq x \leq 200$ 인 42 의 배수인 126, 168 이다.

4. 다음 두 분수 $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{22}$ 를 소수로 나타낼 때, 두 소수의 순환마디를 각각 a , b라 하면 $a+b$ 의 값은?

① 12 ② 22 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

해설

$\frac{1}{12} = 0.083333\cdots$, $\frac{5}{22} = 0.2272727\cdots$

$\therefore a = 3$, $b = 27$

$\therefore a+b = 30$

5. 다음 분수 $\frac{217}{990}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디는?

① 219 ② 19 ③ 217 ④ 17 ⑤ 15

해설

$217 \div 990 = 0.21919...$, 순환마디 19

6. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.373737\cdots = 0.\dot{3}\dot{7}$

② $3.020202\cdots = 3.0\dot{2}$

③ $0.344444\cdots = 0.3\dot{4}$

④ $1.5131313\cdots = 1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.213213\cdots = 3.\dot{2}1\dot{3}$

해설

① $0.\dot{3}\dot{7}$
② $3.0\dot{2}$
③ $0.3\dot{4}$
④ $1.5\dot{1}\dot{3}$
⑤ $3.\dot{2}1\dot{3}$

7. 1 보다 큰 자연수 a 에 대하여 $b = (999.\dot{9} - 99.\dot{9}) \times \dfrac{13}{100 \times a}$ 의 값이 1 보다 큰 자연수일 때, a 의 최댓값을 x 라 하고 최솟값을 y 라 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$(999.\dot{9} - 99.\dot{9}) = 1000 - 100 = 900$

$b = 900 \times \dfrac{13}{100 \times a} = \dfrac{9 \times 13}{a}$

$b = \dfrac{9 \times 13}{a}$ 은 1 보다 큰 자연수이므로

a 의 최댓값은 $13 \times 3 = 39$ 이고 최솟값은 3 이다.

$\therefore\ x - y = 36$

8. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분모를 잘못 보아 $2.\dot{3}$ 으로 나타내고, B 는 분자를 잘못 보아 $0.5\dot{9}$ 로 나타내었다. 처음의 분수를 소수로 나타내면?

① 0.6 ② 0.8 ③ 1.2 ④ 1.4 ⑤ 1.6

해설

$2.\dot{3} = \dfrac{23-2}{9} = \dfrac{21}{9} = \dfrac{7}{3}$ $\therefore$ 분자 : 7

$0.5\dot{9} = \dfrac{59-5}{90} = \dfrac{54}{90} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$ $\therefore$ 분모 : 5

따라서 처음 분수를 소수로 나타내면 $\dfrac{7}{5} = 1.4$ 이다.

9. 분수 $\frac{5}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\frac{5}{7} = 0.714285714285\cdots = 0.\dot{7}14285\dot{}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 2 이다.

10. 순환소수 $0.7\dot{1}5\dot{2}$ 의 소수점 아래 46 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$0.7\dot{1}5\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 3 개

$46 - 1 = 3 \times 15$ 이므로 소수점 아래 46 번째 자리의 숫자는 2 이다.

11. $\frac{19}{7}$ 를 계산한 값의 소수점 아래 500 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$\frac{19}{7} = 2.\dot{7}14285\dot{}$

$500 = 6 \times 83 + 2$ 이므로

소수점 아래의 500 번째 숫자는 순환마디의 2 번째 숫자 1 이다.

12. $\frac{35}{111}$ 를 순환소수로 고쳤을 때의 순환마디와 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자를 차례로 짝지은 것은?

① 35, 3　② 35, 5　③ 315, 3

④ 315, 1　⑤ 315, 5

해설

$\frac{35}{111} = \frac{35 \times 9}{111 \times 9} = \frac{315}{999} = 0.\dot{3}1\dot{5}$ 이므로 순환마디는 315 ,

$50 \div 3 = 16 \cdots 2$ 이므로 50 번째 숫자는 1 이다.

13. 유리수 $x = 2.4 + 24\times\left(\frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^5} + \frac{1}{10^7} + \cdots\right)$ 를 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$$\begin{aligned}
&(\text{주어진 식}) = 2.4 + 24\times\frac{1}{10^3} + 24\times\frac{1}{10^5} + 24\times\frac{1}{10^7} + \cdots \\
&= 2.4 + 0.024 + 0.00024 + 0.0000024 + \cdots \\
&= 2.4242424\cdots \\
&= 2.\dot{4}\dot{2} \\
&\therefore 2.\dot{4}\dot{2} = \frac{242-2}{99} = \frac{240}{99} = \frac{80}{33}
\end{aligned}$$

따라서 분모와 분자의 차는 $80 - 33 = 47$ 이다.

14. 순환소수 $x = 1.1\dot{2}5\dot{7}$ 을 분수로 나타낼 때, 가장 편리한 계산식은?

① $10x - x$ ② $100x - x$ ③ $1000x - 10x$

④ $10000x - 10x$ ⑤ $10000x - 100x$

해설

$$\begin{array}{rr} & 10000x = 11257.257257\cdots \\ -) & 10x = \quad 11.257257\cdots \\ \hline & 9990x = 11246 \end{array}$$

$$\therefore\ x = \frac{11246}{9990} = \frac{5623}{4995}$$

15. 다음 순환소수 $0.7\dot{4}\dot{2}$ 를 분수로 고치는 과정이다. 빈칸의 수가 옳게 된 것은?

$x = 0.7424242\cdots$ 이므로
(①) $x = 7.424242\cdots$ ㉠
(②) $x = 742.4242\cdots$ ㉡
㉡ 에서 ㉠을 변끼리 빼면
(③) $x =$ (④)
$\therefore \quad x =$ (⑤)

① 100 ② 100 ③ 999 ④ 735 ⑤ $\frac{66}{49}$

해설

$x = 0.7424242\cdots$ 이므로
(10) $x = 7.424242\cdots$ ㉠
(1000) $x = 742.4242\cdots$ ㉡
㉡ 에서 ㉠을 변끼리 빼면
(990) $x =$ (735)
$\therefore \quad x = \left(\frac{49}{66}\right)$

16. 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \dfrac{341}{900}$
② $7.\dot{3} = \dfrac{73-7}{90}$
③ $0.6\dot{2} = \dfrac{62-6}{99}$
④ $4.\dot{1}\dot{8} = \dfrac{418-4}{90}$
⑤ $2.5\dot{3} = \dfrac{253-2}{99}$

해설

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \dfrac{341}{999}$
② $7.\dot{3} = \dfrac{73-7}{9}$
③ $0.6\dot{2} = \dfrac{62-6}{90}$
④ $4.\dot{1}\dot{8} = \dfrac{418-4}{99}$
⑤ $2.5\dot{3} = \dfrac{253-2}{99}$

17. 다음을 계산하여 분수로 나타내면?

$$1 + 0.5 + 0.05 + 0.005 + 0.0005 + \cdots$$

① $\frac{15}{9}$ ② $\frac{15}{90}$ ③ $\frac{15}{99}$ ④ $\frac{14}{9}$ ⑤ $\frac{14}{90}$

해설

(주어진 식)$= 1.\dot{5} = \frac{15-1}{9} = \frac{14}{9}$

18. $\frac{1}{5} < 0.\dot{x} \leq \frac{1}{3}$을 만족하는 자연수 x를 모두 더하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{1}{5} < \frac{x}{9} \leq \frac{1}{3}$

$\frac{9}{45} < \frac{5x}{45} \leq \frac{15}{45}$

$9 < 5x \leq 15$

$\frac{9}{5} < x \leq 3$

만족하는 x의 값은 2, 3이므로 모두 더하면 5이다.

19. 부등식 $-2.\dot{3} \le x < \dfrac{31}{15}$ 를 만족시키는 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$-2.\dot{3} \le x < \dfrac{31}{15} = 2.0\dot{6},\ x = 1,\ 2$

20. $x = 0.\dot{1}$ 일 때, $\dfrac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{x}-1}}$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$(\text{준식}) = \frac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{1-x}{x}}} = \frac{1}{\dfrac{x}{1-x}} = \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1$$

$$x = 0.\dot{1} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{x} - 1 = 9 - 1 = 8$$

21. $x = 0.\dot{6}$ 일 때, $1 + \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2.5

해설

$x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}, 1 + \frac{1}{x} = 1 + \frac{3}{2} = 2.5$

22. 순환소수 $3.\dot{4}\dot{5}$에 A를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 33 ② 34 ③ 90 ④ 99 ⑤ 121

해설

$3.\dot{4}\dot{5} = \dfrac{345-3}{99} = \dfrac{38}{11}$ 이므로 A는 11의 배수이어야 한다.

따라서 A의 값이 될 수 없는 것은 34, 90이다.

23. 다음에서 옳은 것을 고르면?

① 0 이 아닌 모든 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
② 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
③ 무한소수는 분수로 고칠 수 없다.
④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수이다.
⑤ 분모의 인수가 소수로만 되어 있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.

해설

② 유한소수는 전부 유리수
③ 순환소수는 분수 형태로 전환가능
④ 순환소수도 정수가 아닌 유리수이다.
⑤ 분모의 소인수가 2나 5로만 이루어진 분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

24. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이다.

② 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

③ 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.

④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.

⑤ 무한소수는 유리수가 아니다.

해설

① 정수가 아닌 유리수에는 유한소수와 순환소수가 있다.
② 무한소수 중에서 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
③ 유한소수는 모두 유리수이다.
⑤ 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

25. 분수 $\frac{3}{2^2 \times 5^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 100 미만의 자연수 중에서 a가 될 수 있는 가장 큰 수 x, 100 초과의 자연수 중에서 a가 될 수 있는 가장 작은 수 y일 때, $y - x$ 를 구하면?

① 4 ② 20 ③ 24 ④ 37 ⑤ 50

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분자에 3이 있으므로,
a의 값은 3의 배수가 되어야 한다.
100 미만의 자연수 중 소인수를 2와 5를 가지고 있는 가장 큰 3의 배수는
$2^5 \times 3 = 96$이고,
100 초과의 자연수 중 가장 작은 수는 $2^3 \times 5 \times 3 = 120$이 된다.
따라서, 두 수의 차는 $y - x = 120 - 96 = 24$이다.

26. $\frac{a}{450}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{A}{B}$라고 할 때, 다음과 같은 조건을 만족할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

i) $11 \le a \le 55$, a는 정수 ii) A는 3의 배수 iii) B는 2의 배수

▶ 답:

▷ 정답: 53

해설

i) $\frac{a}{450} = \frac{a}{2\times 3^2\times 5^2}$가 유한소수이므로 a는 9의 배수이고, $11 \le a \le 55$를 만족하는 a의 값은 18, 27, 36, 45, 54이다.

ii) $a=18$이면 $\frac{2\times 3^2}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{1}{25}$

$a=27$이면 $\frac{3^3}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{3}{50}$

$a=36$이면 $\frac{2^2\times 3^2}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{2}{25}$

$a=45$이면 $\frac{3^2\times 5}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{1}{10}$

$a=54$이면 $\frac{2\times 3^3}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{3}{25}$

기약분수로 나타낸 $\frac{A}{B}$에서 A가 3의 배수, B가 2의 배수를 만족하는 a의 값은 27이다.

$\therefore A+B=50+3=53$

27. $x = 0.\dot{1}$ 일 때, $1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\dfrac{11}{10}$

해설

$x = \dfrac{1}{9}$, $\dfrac{1}{x} = 9$

(준식) $= 1 + \dfrac{1}{1+9} = \dfrac{11}{10}$

28. $0.\dot{2} < 0.\dot{a} < 0.5\dot{8}$ 을 만족하는 a 를 모두 구하여라. (단 a 는 한 자리 자연수)

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 4

▷ 정답: 5

해설

$\frac{2}{9} < \frac{a}{9} < \frac{53}{90}$

$2 < a < \frac{53}{10}$

$2 < a < 5.3$

29. $1.\dot{2}+0.\dot{1}$ 을 계산하여 분수로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{4}{3}$

해설

$1.\dot{2}+0.\dot{1}=\frac{11}{9}+\frac{1}{9}=\frac{4}{3}$

30. 어떤 자연수에 $2.\dot{2}$를 곱해야 할 것을 2.2를 곱하였더니 차가 0.2가 생겼다. 이때, 이 자연수를 구하면?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

어떤 자연수를 x라 할 때 $2.\dot{2} > 2.2$이므로

$x \times 2.\dot{2} - x \times 2.2 = 0.2$

$\frac{20}{9}x - \frac{22}{10}x = \frac{2}{10}$

양변의 90을 곱하면

$200x - 198x = 18$

$2x = 18$

$\therefore x = 9$