

1. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = -2n - 2$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = -1, d = 2$

② $a = -1, d = -2$

③ $a = -2, d = -2$

④ $a = -4, d = -2$

⑤ $a = -4, d = 2$

해설

$a_n = -2n - 2$ 이므로

$$a_1 = -2 \cdot 1 - 2 = -4,$$

$a_2 = -2 \cdot 2 - 2 = -6$ 이므로

$$d = a_2 - a_1 = -2$$

2. 다음 등차수열의 제 20 항을 구하여라.

131, 137, 143, 149, 155, 161, ...

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

주어진 등차수열의 제 1 항을 a , 공차를 d 라고 하자.

$a = 131$, $d = 137 - 131 = 6$ 이므로

$$a_n = 131 + (n - 1) \cdot 6 = 6n + 125$$

$$\therefore a_{20} = 6 \cdot 20 + 125 = 245$$

3. 다음 등비수열의 일반항 a_n 은?

2, 4, 8, 16,

① $(-2)^n$

② 2^{n-1}

③ 2^{n+1}

④ 2^n

⑤ $(-2)^{n-1}$

해설

주어진 수열은 첫째항이 2이고 공비가 2이므로 $a_n = 2^n$

4. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4a_5a_6 = 125$ 일 때, a_5 의 값은?

① 2

② 5

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_4a_5a_6 = ar^3 \cdot ar^4 \cdot ar^5 = a^3r^{12} = (ar^4)^3 \text{ 이므로}$$

$$(ar^4)^3 = 125 = 5^3$$

$$\therefore a_5 = ar^4 = 5$$

5. 수열 $1, -2, 3, -4, 5, \dots$ 의 11 번째 항은?

① -13

② -10

③ 11

④ -11

⑤ 13

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 자연수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 11 번째 항은 11 이다.

6. 등차수열 11, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 213$ 에서 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$b_1 = 2, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \dots, b_{101} = a_{100},$$

$$b_{102} = 213$$

$$b_{102} = 213 = 11 + (102 - 1) \cdot d$$

$$101d = 202$$

$$d = 2$$

7. 첫째항이 -25 , 공차가 3 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 9항

② 제 10항

③ 제 11항

④ 제 12항

⑤ 제 13항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -25 + (n-1) \times 3 = 3n - 28$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$3n - 28 > 0, 3n > 28$$

$$\therefore n > \frac{28}{3} = 9.33\cdots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 10 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제10항이다.

8. 첫째항이 1, 공비가 8인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = \log_2 a_n$ 으로 정의할 때, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 135

해설

$$a_n = 8^{n-1} = (2^3)^{n-1} = 2^{3n-3}$$

$$b_n = \log_2 a_n = \log_2 2^{3n-3}$$

b_n 은 첫째항이 0, 공차가 3인 등차수열

$$\begin{aligned}\therefore S_{10} &= \frac{10 \{2 \cdot 0 + (10-1) \cdot 3\}}{2} \\ &= 5 \cdot 27 = 135\end{aligned}$$

9. 세 수 1, x , 5는 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 1, y , 5는 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

세 수 1, x , 5는 이 순서로 등차수열을 이루므로

$$2x = 1 + 5 = 6 \quad \therefore x = 3$$

세 수 1, y , 5는 이 순서로 등비수열을 이루므로 $y^2 = 5$

$$\text{따라서 } x^2 + y^2 = 14$$

10. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$ 의 값은?

① $2^{10} - 3$

② $2^{10} - 1$

③ 2^{10}

④ $2^{10} + 1$

⑤ $2^{10} + 3$

해설

$$a_n = 2^n + (-1)^n \text{에서}$$

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_9$$

$$= (2^1 - 1) + (2^2 + 1) + \cdots + (2^9 - 1)$$

$$= (2^1 + 2^2 + \cdots + 2^9) - 1$$

$$= \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} - 1 = 2^{10} - 3$$

11. 다음 표에 적당한 수를 넣어 각 행과 각 열이 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 12개의 빈 칸에 들어갈 수들의 총합을 구하여라.

1			7
10			34

▶ 답 :

▷ 정답 : 156

해설

다음 표와 같이 빈 칸에 문자를 대응시키자.

1	a	b	7
c	d	e	f
g	h	i	j
10	k	l	34

각 행과 열이 각각 등차수열을 이루므로

$$a + b = 1 + 7 = 8$$

$$k + l = 10 + 34 = 44$$

$$c + g = 1 + 10 = 11$$

$$f + j = 7 + 34 = 41$$

$$\text{또, } (d + e) + (h + i) = (c + f) + (g + j)$$

$$= (c + g) + (f + j) = 11 + 41 = 52$$

이므로 구하는 총합은

$$8 + 44 + 11 + 41 + 52 = 156$$

12. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 28$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{25}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 175

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 4a + 48d = 28$

$$a = 7 - 12d$$

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{25}$$

$$= \frac{25 \{2(7 - 12d) + (25 - 1)d\}}{2} = 175$$

13. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = 2n^2 + 2n + \alpha$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 α 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$S_n = 2n^2 + 2n + \alpha$$

$$S_{n-1} = 2(n-1)^2 + 2(n-1) + \alpha$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= 2n^2 + 2n + \alpha - (2n^2 - 4n + 2 + 2n - 2 + \alpha)$$

$$= 4n \quad (n \geq 2)$$

$$a_1 = S_1 \text{ 이므로}$$

$$4 = 4 + \alpha$$

$$\therefore \alpha = 0$$

14. 2와 162 사이에 세 양수 a, b, c 를 넣어 2, $a, b, c, 162$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루게 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 78

해설

$$b^2 = 2 \times 162$$

$$b = 18 \quad (\because b > 0)$$

2, $a, 18, c, 162$ 가 등비수열을 이루므로

$$a^2 = 2 \times 18$$

$$a = 6 \quad (\because a > 0)$$

$$c^2 = 18 \times 162$$

$$c = 54$$

$$\therefore a + b + c = 6 + 18 + 54 = 78$$

15. 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여 $\frac{S_{3n}}{S_n} = 7$ 일 때, $\frac{S_{2n}}{S_n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

첫째항을 a_1 이라고 하면

$$\frac{S_{3n}}{S_n} = \frac{\frac{a_1(r^{3n}-1)}{r-1}}{\frac{a_1(r^n-1)}{r-1}} = 7, \quad \frac{r^{3n}-1}{r^n-1} = 7$$

$$\frac{(r^n-1)(r^{2n}+r^n+1)}{r^n-1} = 7, \quad r^{2n}+r^n+1 = 7$$

$$(r^n)^2 + r^n - 6 = 0, \quad (r^n+3)(r^n-2) = 0$$

$$\therefore r^n = 2 (\because r > 1)$$

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = \frac{\frac{a_1(r^{2n}-1)}{r-1}}{\frac{a_1(r^n-1)}{r-1}} = \frac{r^{2n}-1}{r^n-1}$$

$$\frac{(r^n-1)(r^n+1)}{r^n-1} = r^n+1 = 3$$

16. 매출액이 매년 일정한 비율로 증가하는 기업이 있다. 지난 10년간 매출액의 증가율이 69%일 때, 처음 5년간 매출액의 증가율은?

① 13%

② 15%

③ 20%

④ 24%

⑤ 30%

해설

매년 매출액의 증가비율을 a 라 하자

$(1 + a)^{10} = 1.69$ 일 때

$$\begin{aligned}(1 + a)^5 &= \sqrt{1.69} = \sqrt{1.3^2} \\ &= 1.3\end{aligned}$$

1.3배로 증가하였다.

따라서 증가율은 30%

17. 100만원을 월이율 2%, 1개월마다의 복리로 빌릴 때, 1년 후에는 얼마를 갚아야 하는가? (단, $1.02^{12} = 1.2682$)

① 1258200 원

② 1268200 원

③ 1278200 원

④ 1288200 원

⑤ 1298200 원

해설

$$\begin{aligned} &100 \text{ 만} \times 1.02^{12} \\ &= 100 \text{ 만} \times 1.2682 \\ &= 1268200 (\text{원}) \end{aligned}$$

18. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 할 때, $S_n = 2 \cdot 3^n + k$ 이다. 이때, 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이 되도록 하는 상수 k 의 값과 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은?

① $k = -1, a_n = 4 \cdot 3^n$

② $k = -1, a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

③ $k = -1, a_n = 3 \cdot 3^{n-1}$

④ $k = -2, a_n = 4 \cdot 3^n$

⑤ $k = -2, a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$

해설

(i) $n = 1$ 일 때, $a_1 = S_1 = 2 \cdot 3^{n-1} + k = 6 + k$

(ii) $n = 2$ 일 때,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} = (2 \cdot 3^n + k) - (2 \cdot 3^{n-1} + k) \\ &= 2 \cdot 3^n - 2 \cdot 3^{n-1} = 4 \cdot 3^{n-1} \end{aligned}$$

따라서 수열 $a_2, a_3, a_4, \dots$ 는 공비가 3인 등비수열이다.

(i), (ii)로부터 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이 되려면

$6 + k, 4 \cdot 3, 4 \cdot 3^2, 4 \cdot 3^3, \dots$ 이 등비수열이 되어야 하므로

$$6 + k = 4 \cdot 1 \quad \therefore k = -2$$

따라서 $k = -2, a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$