

1. 7의 배수를 작은 순서부터 a_1, a_2, a_3, \dots 이라 할 때, $a_1 + a_{12} + a_{32} + a_{42} + a_{52} + a_{62}$ 의 일의 자리 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

7의 배수를 차례대로 나열해 보면,
7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91,
→ 일의 자리의 수가 7, 4, 1, 8, 5, 2, 9, 6, 3, 0으로 순환하는 것을 알 수 있다.
 $\therefore a_1 + a_{12} + a_{32} + a_{42} + a_{52} + a_{62} = a_1 + a_2 + a_2 + a_2 + a_2 + a_2 = 7 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 27$
따라서 일의 자리의 수는 7이다.

2. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 9개이다.
- ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

해설

- ① 1은 소수도 합성수도 아니다.
- ② 2는 소수이지만 짝수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8개이다.
- ⑤ 소수 a 의 제곱은 항상 세 개의 약수($1, a, a^2$)를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
\vdots	\vdots

3. 다음 중 소인수분해 한 것으로 옳지 않은 것은?

① $124 = 2^2 \times 31$

② $54 = 2 \times 3^3$

③ $72 = 2^3 \times 3^3$

④ $196 = 2^2 \times 7^2$

⑤ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

해설

③ $2^3 \times 3^2$

4. $2^a \times 3^b \times 5^2$ 에 $\frac{2}{3^2}$ 을 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱수가 되었다고 한다. 가능한 a, b 중 가장 작은 자연수를 a, b 라고 할 때, $a+b$ 는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 8

해설

$2^a \times 3^b \times 5^2 \times \frac{2}{3^2} = 2^{(a+1)} \times 3^{(b-2)} \times 5^2$ 에서 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 만드는 최소의 자연수 a, b 는 $a = 1, b = 2$ 이다. 따라서 $a + b = 1 + 2 = 3$ 이다.

5. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 15 ② 30 ③ 50 ④ 60 ⑤ 75

해설

$2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$, 세 번째로 큰 수는 $2^2 \times 5 = 20$ 이므로, $a+b = 30+20 = 50$ 이다.

6. 960으로 나누면 나누어 떨어지고, 1 과 자기 자신을 포함한 양의 약수의 개수가 105 개인 최소의 자연수 n 의 값은?

- ① 123500 ② $2^7 \times 3^2 \times 5^2$ ③ 128000
④ $2^6 \times 3^3 \times 5$ ⑤ 129600

해설

$N = a^m b^n c^l \dots$ 에서 양의 약수의 개수는 $(m+1)(n+1)(l+1) \dots$ 이고, 약수의 개수가 $105 = 3 \times 5 \times 7$ (개)이므로 m, n, l 의 값은 차례로 2, 4, 6 이다. 최소의 자연수를 구해야 하므로, a, b, c 의 값을 작은 소수부터 차례로 대입하고, 지수는 큰 수부터 차례로 대입하면 $N = 2^6 \times 3^4 \times 5^2$ 이고, 이 수는 $960 = 2^6 \times 3 \times 5$ 의 배수이므로 129600 이 답이 된다.

7. 바둑돌을 다음과 같이 배열하였다. 왼쪽에서부터 232 번째 바둑돌의 색깔과 왼쪽에서부터 100 번째까지의 검은 바둑돌의 개수를 순서대로 쓴 것은?



- ① 검은색, 20 개 ② 검은색, 40 개 ③ 검은색, 60 개
 ④ 흰색, 40 개 ⑤ 흰색, 60 개

해설

검은 바둑돌은 3 개씩, 흰 바둑돌은 2 개씩 반복된다. 따라서 다시 검은 바둑돌이 다시 배열 될 때까지는 총 5 개의 바둑돌이 필요하다. 따라서 5 개씩 반복된다. $232 = 5 \times 46 + 2$ 이므로 5 개씩 46 번 반복되고, 나머지가 2 이므로 232 번째 바둑돌의 색은 검은색이다. 그리고 100 번째까지 검은 바둑돌의 개수는 3 개씩 20 번이 반복된다. 따라서 60 개이다.

8. 다음은 영웅이와 미소의 대화이다. □ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!
미소 : 무엇을 구했는데?
영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.
미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □, □, 10, 15, 30이구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!
미소 : 무엇을 구했는데?
영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.
미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □ = 5, □ = 6, 10, 15, 30이구나.

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 이고, 2의 약수는 1과 2, 3의 약수는 1과 3, 5의 약수는 1과 5 이므로
이들을 각각 곱하여 약수를 구하면 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 이다.

9. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$$

- ① 4개 ② 6개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)이므로
공약수의 개수는 9 개이다.

10. 세 수 949, 1579, 2209 를 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 630

해설

949, 1579, 2209 를 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$1579 - 949 = 630, 2209 - 1579 = 630$ 이므로 최대공약수는 630 이다.

11. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이다. 네 수 A , B , C , D 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 18 ② 36 ③ 72 ④ 90 ⑤ 144

해설

A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이므로, 네 수 A , B , C , D 의 최소공배수는 72 이다. 따라서 A , B , C , D 의 공배수는 72 의 배수이다.

13. 세 수 6, 7, 8 어느 것으로 나누어도 나머지가 2 인 가장 작은 세 자리의 자연수는?

- ① 101 ② 113 ③ 122 ④ 164 ⑤ 170

해설

구하는 수를 A 라 하면
 $A = (6, 7, 8$ 의 공배수) $+ 2$ 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.
 $6, 7, 8$ 의 최소공배수는 168 이다.
따라서 $A = 168 + 2 = 170$ 이다.

14. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때, 곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① 33 ② 40 ③ 51 ④ 65 ⑤ 71

해설

$$\begin{aligned} \frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} &= \frac{56}{39} \text{ 이므로} \\ \frac{a}{b} &= \frac{(26 \text{과 } 39 \text{의 최소공배수})}{(7 \text{과 } 56 \text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7} \\ \therefore a-b &= 78-7=71 \end{aligned}$$

15. 다음 보기 중 정수이면서 자연수는 아닌 것을 모두 골라라.

보기

㉠ +12 ㉡ $-\frac{24}{4}$ ㉢ 0 ㉣ -27 ㉤ $-\frac{21}{5}$
㉥ 31

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉤

해설

자연수가 아닌 정수는 0 또는 음의 정수이다.

$$\text{㉡ } -\frac{24}{4} = -6$$

16. 수직선 위에서 -5 와 2 를 나타내는 점의 한가운데에 있는 점을 나타내는 수는?

- ① -3 ② -2.5 ③ -1.5 ④ 0 ⑤ 0.5

해설

-5 와 2 를 나타내는 점의 한가운데에 있는 점은 $\frac{(-5) + (+2)}{2} = -\frac{3}{2}$ 이다. 따라서 ③이다.

17. 수직선 위에서 $+\frac{25}{4}$ 에 가장 가까운 정수를 a , $-\frac{16}{5}$ 보다 크지 않은 수 중 가장 큰 정수를 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 13 ② $\frac{41}{4}$ ③ $\frac{21}{2}$ ④ 10 ⑤ 5

해설

$$+\frac{25}{4} = +6.25 \text{ 이므로 가장 가까운 정수 } a = +6$$

$$-\frac{16}{5} = -3.2 \text{ 보다 크지 않은 수 중 가장 큰 정수 } b = -4$$

$$\therefore a - b = (+6) - (-4) = 10$$

18. 'x는 -2 초과이고 3 이하이다.' 를 기호로 나타낼 때 옳은 것은?

- ① $-2 \leq x \leq 3$ ② $-2 \leq x < 3$ ③ $-2 < x \leq 3$
④ $-2 < x < 3$ ⑤ $-2 > x \geq 3$

해설

초과에는 등호가 빠지고 이하에는 등호가 들어간다.

19. 두 유리수 $-\frac{13}{4}$ 과 $\frac{11}{3}$ 사이에 있는 정수의 개수는?

- ① 10개 ② 9개 ③ 8개 ④ 7개 ⑤ 6개

해설

$$-\frac{13}{4} < x < \frac{11}{3}$$

$$-3\frac{1}{4} < x < 3\frac{2}{3}$$

$$-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

∴ 7개

20. 안에 들어갈 부호나 숫자를 차례로 나열한 것은?

㉠ $(+7) + (+4) = +(\square + 4)$

㉡ $(-3) + (-4) = \square(3 + 4)$

㉢ $(-2) + (+4) = \square(4 \square 2)$

㉣ $(+4) + (-9) = -(\square - \square)$

① 4, +, +, -, 9, 4

② 7, -, +, +, 9, 4

③ 7, -, +, -, 9, 4

④ 7, +, +, -, 4, 9

⑤ 7, -, +, -, 4, 9

해설

㉠ $(+7) + (+4) = +(7 + 4)$

㉡ $(-3) + (-4) = -(3 + 4)$

㉢ $(-2) + (+4) = +(4 - 2)$

㉣ $(+4) + (-9) = -(9 - 4)$

21. 다음 수 중 절댓값이 가장 큰 수를 a , 절댓값이 가장 작은 수를 b 라 할 때, $b-a$ 를 구하여라.

$$-2, -\frac{7}{8}, +4, +\frac{11}{10}, -5$$

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{33}{8}$ 또는 $+\frac{33}{8}$

해설

절댓값이 가장 큰 수는 $a = -5$

절댓값이 가장 작은 수는 $b = -\frac{7}{8}$

$$\therefore b-a = \left(-\frac{7}{8}\right) - (-5) = 5 - \frac{7}{8} = \frac{33}{8}$$

22. 다음 중 계산 결과가 가장 큰 것은?

- ① $-1 + 3 - 5$ ② $3 + 5 - 9$ ③ $2 - 8 + 4$
④ $-6 + 2 - 3$ ⑤ $-7 + 12 - 8$

해설

- ① -3 , ③ -2 , ④ -7 , ⑤ -3
② $3 + 5 - 9 = (+8) - (+9) = (+8) + (-9) = -1$ 이므로 가장 크다.

23. $x = (-1) \times 3$, $y = (-2) \times (-3)$ 일 때, $x \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -18

해설

$x = (-1) \times 3$ 이므로 $x = -3$ 이다.
 $y = (-2) \times (-3)$ 이므로 $y = 6$ 이다.
 $\therefore x \times y = -3 \times 6 = -18$

24. 다음 중 옳은 것은?

① $(-2) \times (+3) = 6$

② $(-2)^3 \times (-3)^2 = -72$

③ $-2^2 \times (-3)^2 = 36$

④ $(-2)^3 \times (-1)^3 = -8$

⑤ $(-1)^3 \times (-1)^2 = 1$

해설

② $(-2)^3 \times (-3)^2 = (-8) \times 9 = -72$

25. 두 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} < 0$, a 의 절댓값이 $\frac{1}{2}$, b 의 절댓값이 $\frac{2}{3}$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{25}{36}$ ⑤ $\frac{49}{36}$

해설

$\frac{b}{a} < 0$ 이므로 a, b 는 서로 다른 부호의 수이다.

(1) $a > 0, b < 0$ 일 때, $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{2}{3}$

$$(a-b)^2 = \left\{ \frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3}\right) \right\}^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)^2 = \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

(2) $a < 0, b > 0$ 일 때, $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{2}{3}$

$$(a-b)^2 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right)^2 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

(1),(2)에 의해 $(a-b)^2 = \frac{49}{36}$