

1. $x + y = 1, xy = -1$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^2 + y^2 = 3$ ② $(x - y)^2 = 5$ ③ $x^2y + xy^2 = 1$

④ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1$ ⑤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = -3$

해설

③ $x^2y + xy^2 = xy(x + y) = -1 \times 1 = -1$

2. $a^2 + b^2 = 7$, $ab = 2$ 일 때, $(a - b)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(a - b)^2 = 3$

해설

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \\ &= 7 - 2 \times 2 \\ &= 7 - 4 \\ &= 3\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

4. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근을 a , $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라고 할 때, $a^2 - a - b^2 + 2b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = a$ 를 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 대입하면

$a^2 - a - 1 = 0$ 에서 $a^2 - a = 1$

$x = b$ 를 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 에 대입하면

$b^2 - 2b - 3 = 0$ 에서 $b^2 - 2b = 3$

$\therefore a^2 - a - b^2 + 2b = a^2 - a - (b^2 - 2b) = 1 - 3 = -2$

5. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$, $k = 1$ 이다.

6. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

7. 이차방정식 $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $3x^2 + 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -42

해설

$x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변에 2를 곱하면

$$2x^2 - 5x = -2$$

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 5a = -2$

$3x^2 + 6x - 3 = 0$ 에서

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$2x^2 + 4x = 2$$

여기에 $x = b$ 를 대입하면 $2b^2 + 4b = 2$

$$\begin{aligned}\therefore (2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5) &= (-2 - 4)(2 + 5) \\ &= -42\end{aligned}$$

8. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 4부터 n 까지의 합이 85일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$(4 + 5 + 6 + \cdots n) = (1 + 2 + \cdots n) - (1 + 2 + 3)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 6 = 85 \text{ 이므로}$$

$$n(n+1) = 182$$

$$n^2 + n - 182 = 0$$

$$(n-13)(n+14) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 13 \text{ 이다.}$$