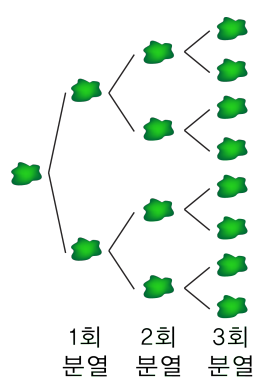


1. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바(처음 한마리부터 차례로 더한 수)가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회

- ④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는 $1 + 2 = 3$ (마리)가 된다.

아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여 $2 \times 2 = 4$ (마리)가 더 생성된다.

따라서 총 마리 수는 $1 + 2 + 2^2 = 7$ (마리)가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$ (마리)가 된다.

이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수(마리)
1회 분열	3
2회 분열	7
3회 분열	15
4회 분열	31
5회 분열	63
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리 수가 50 마리 이상이 된다.

2. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 12와 같다.
- ② 밑은 4이다.
- ③ 지수는 3이다.
- ④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.
- ⑤ 3^4 보다 작다.

해설

- ① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12와 같지 않다.
- ⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

3. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

⋮

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

이므로 $a = 6$ 이다.

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

이므로 $b = 4$ 이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 이므로 } c = 125 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115 \text{ 이다.}$$

4. 72를 소인수분해하면 $a^3 \times b^2$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

따라서 $a = 2, b = 3$

$$a + b = 5$$

5. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

6. 다음 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ) $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수는 이다.
(ㄴ) $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는 이다.

- ① $2 \times 3, 2^2 \times 5$
- ② $2, 2 \times 3$
- ③ $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$
- ④ $2, 2 \times 5$
- ⑤ $2 \times 3, 2 \times 7$

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.
(ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.
따라서 차례대로 쓴 것은 2, 2×5 이다.

7. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$
공약수는 최대공약수의 약수이므로,
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9개이다.

8. 어떤 자연수로 74 를 나누면 2 가 남고, 131 을 나누면 5 가 남고, 94 를 나누면 4 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 18 ⑤ 24

해설

구하는 가장 큰 자연수는 72, 126, 90 의 최대공약수,
 $72 = 2^3 \times 3^2$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
 $\therefore 2 \times 3^2 = 18$

9. 두 자연수 $12 \times x$, $18 \times x$ 의 최소공배수가 108 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{array}{r} 18 \times x = 2^2 \times 3 \times x \\ 18 \times x = 2 \times 3^2 \times x \\ \hline \text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^2 \times x = 108 \cdots \textcircled{1} \end{array}$$

①에 의해

$$36 \times x = 108$$

$$x = 108 \div 36 = 3$$

10. 세 자연수의 비가 $2 : 6 : 8$ 이고 최소공배수가 72 일 때, 세 자연수의 합으로 옳은 것은?

① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

해설

세 자연수의 비가 $2 : 6 : 8$ 이므로 세 자연수는 각각 $2 \times a$, $6 \times a$, $8 \times a$ 로 나타낼 수 있다.

또한 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times a = 72 = 2^3 \times 3^2$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 3$ 이다.

따라서 세 자연수는 각각 $6 = 2 \times 3$, $18 = 6 \times 3$, $24 = 8 \times 3$ 이므로

세 수의 합은 $6 + 18 + 24 = 48$ 이다.

11. 강우와 태규는 학교 앞 정류장에서 각각 A 버스와 B 버스를 타고 집에 간다.
오전 7 시에 첫차를 시작으로 A 버스는 12 분 간격으로, B 버스는 18 분 간격으로 출발한다. 강우와 태규는 오전 7 시부터 오후 7 시까지 몇 번 동시에 버스를 탈 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 21 번

해설

12 와 18 의 최소공배수 : 36
오전 7 시부터 오후 7 시까지 : $12 \times 60 = 720$ (분)
720 이하의 36 의 배수의 개수 : 20
 $20 + 1 = 21$ (번)

12. 최대공약수가 20 이고, 최소공배수가 160 인 두 수의 차가 140 일 때, 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$$20 \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ a & b \end{array}}$$

$160 = 20 \times a \times b, a \times b = 8$ 이다.
 $(a, b) = (1, 8), (2, 4), (4, 2), (8, 1)$
이때 $(A, B) = (20, 160), (40, 80), (80, 40), (160, 20)$,
두 수의 차가 140 인 경우는 $(20, 160), (160, 20)$ 두 가지이다.
따라서 두 수의 합은 180 이다.

13. 두 자연수 A, B 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

- ① 11 ② 36 ③ 72 ④ 84 ⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$$12 \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ a & b \end{array}}$$

$$12 \times a \times b = 120$$

$a \times b = 10$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$$a = 10, b = 1 \text{ 또는 } a = 5, b = 2$$

(i) $a = 10, b = 1$ 일 때

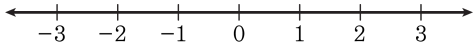
$$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$$

(ii) $a = 5, b = 2$ 일 때

$$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

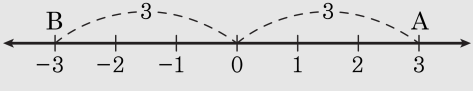
14. A는 -2보다 5 큰 수이고 B는 1보다 4 작은 수 일 때, 두 점 A, B에서 같은 거리에 있는 점을 아래 수직선에서 찾으면?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

-2보다 5 큰 수는 3이므로 A가 나타내는 수는 3이고,
1보다 4 작은 수는 -3이므로 B가 나타내는 수는 -3이다.
따라서 두 점 A, B에서 같은 거리에 있는 점을 수직선을 이용하여 구하면, 다음과 같다.



15. $|a| < |b|$ 일 때, 다음 중에서 옳은 것을 고르면?

- ① $a < 0 < b$ 이다.
- ② 수직선 위에서 a 는 b 보다 더 왼쪽에 있다.
- ③ a, b 가 모두 음수이면 $a < b$ 이다.
- ④ 수직선 위에서 a 는 b 보다 왼쪽에 가깝다.
- ⑤ 수직선 위에서 두 수 사이의 거리는 $|a + b|$ 이다.

해설

- ①, ② 두 수의 부호를 알 수 없다.
- ③ a, b 가 모두 음수이면 절댓값이 큰 수가 더 작으므로 $b < a$ 이다.
- ⑤ 수직선 위에서 두 수 사이의 거리는 $|b - a| = |a - b|$ 이다.

16. 절댓값이 3 또는 5인 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

절댓값이 3 또는 5인 정수는 $-3, 3, -5, 5$ 이므로 4개이다.

17. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① 절댓값이 0.3 인 수는 -0.3 뿐이다.
- ② 절댓값이 가장 작은 수는 -1 , 1 이다.
- ③ 절댓값이 클수록 수직선의 오른쪽에 위치한다.
- ④ $2\frac{2}{3}$ 의 절댓값은 2 이다.
- ⑤ 두 음수끼리는 절댓값이 클수록 작다.

해설

- ① 절댓값이 0.3 인 수는 0.3 과 -0.3 이다.
- ② 절댓값이 가장 작은 수는 0 이다.
- ③ 수의 값이 클수록 수직선의 오른쪽에 위치한다.
- ④ $2\frac{2}{3}$ 의 절댓값은 $2\frac{2}{3}$ 이다.

18. 다음 수들을 수직선 위에 나타낼 때, 원점에서 가장 멀리 떨어져 있는 수는?

- ① 0.3 ② -2.1 ③ $\frac{2}{3}$ ④ $-2\frac{1}{2}$ ⑤ -5

해설

원점에서 가장 멀리 떨어져 있는 수는 절댓값이 가장 큰 수이다.
각각의 수의 절댓값을 살펴보면

① 0.3

② 2.1

③ $\frac{2}{3}$

④ $2\frac{1}{2}$

⑤ 5

이므로 -5 가 원점에서 가장 멀리 떨어져있다.

19. A 의 절댓값을 $|A|$ 라고 표현할 때, $|A| < 3$ 인 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 5 개

▷ 정답 : 5 개

해설

A 의 절댓값을 $|A|$ 라고 표현할 때, 절댓값이 3 미만인 정수의 개수를 구하는 것이다.
절댓값이 3 미만인 정수는 $-2, -1, 0, 1, 2$ 로 5개이다

20. $|x| < \frac{27}{5}$ 인 유리수 중 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|x| < \frac{27}{5}$ 인 정수는 $-5, -4, -3, \dots, 3, 4, 5$ 이다.

$\therefore 5 \times 2 + 1 = 11$

21. 다음 중 두 수의 대소관계가 바르게 된 것은?

- ① $+\frac{3}{7} > -\frac{1}{2}$ ② $-2 < -3$ ③ $0 < -5$
④ $+\frac{1}{4} > +\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{2}{3} > -\frac{1}{3}$

해설

음수는 절댓값이 클수록 작으므로

② $-2 > -3$

③ $0 > -5$

④ $+\frac{1}{4} < +\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{3}$

22. 다음 <보기>의 ㉠, ㉡에 넣을 것을 바르게 짝지은 것은?

역사상 가장 위대한 수학자 중 한명인 가우스는 어렸을 때, 1
부터 100까지의 자연수의 합을 구하라는 문제를 보고 순식간에
문제를 풀어내 선생님을 깜짝 놀라게 했다고 한다. 다음은 1
부터 100까지의 합을 구하는 식이다.

1+2+3+4+⋯+50+51+⋯+98+99+100

=1+100+2+99+3+98+⋯+50+51

=101+101+101+⋯+101

=101×50

=5050

㉠

㉡

- ① ㉠ 교환법칙, ㉡ 결합법칙

② ㉠ 분배법칙, ㉡ 교환법칙

③ ㉠ 결합법칙, ㉡ 분배법칙

④ ㉠ 결합법칙, ㉡ 교환법칙

⑤ ㉠ 교환법칙, ㉡ 분배법칙

해설

㉠ : 교환법칙, ㉡ : 결합법칙

23. $1 - \frac{1}{3} \times \left[5 - \left\{ \left(-\frac{1}{2} \right) \times (-2) + 1 \right\} \right]$ 을 계산하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 1 - \frac{1}{3} \times \{5 - (1 + 1)\} \\&= 1 - \frac{1}{3} \times (5 - 2) \\&= 1 - \frac{1}{3} \times 3 \\&= 1 - 1 = 0\end{aligned}$$

24. $a < b < 0$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것의 개수를 구하여라.

보기

㉠ $-a > 0$

㉡ $-a^2 < 0$

㉢ $|a| < |b|$

㉣ $|-a| > |-b|$

㉤ $a^2 > b^2$

㉥ $a + b > a - b$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

㉠ $-a = -(\text{음수}) = (\text{양수}) > 0$
㉡ $-a^2 = -(\text{음수})^2 = -(\text{양수}) = (\text{음수}) < 0$
㉢ 음수는 작은 수의 절댓값이 크므로 $|a| > |b|$ 이다.
㉣ $a < b$ 에서 $-a > -b$ 이고 $-a$ 와 $-b$ 는 양수이다. 양수는 큰 수가 절댓값도 크므로 $|-a| > |-b|$ 이다.
㉤ 예를 들어 $a = -3, b = -2$ 일 때,
 $a^2 = (-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$
 $b^2 = (-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$ 이다.
 $\therefore a^2 > b^2$
㉥ 예를 들어 $a = -3, b = -2$ 일 때,
 $a + b = (-3) + (-2) = -5$
 $a - b = (-3) - (-2) = (-3) + (+2) = -1$ 이다.
 $\therefore a + b < a - b$
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ 의 4 개이다.

25. a 가 음수 일 때, 다음 중 양수가 되는 것은?

- ① $-a^3$ ② $-a^2$ ③ $-\frac{1}{a^2}$ ④ $\frac{1}{a^3}$ ⑤ a^3

해설

$a < 0$ 이므로 $-a > 0$, $a^2 > 0$, $a^3 < 0$

① $-a^3 > 0$

② $-a^2 < 0$

③ $-\frac{1}{a^2} < 0$

④ $\frac{1}{a^3} < 0$

⑤ $a^3 < 0$

26. 두 수 a, b 에 대하여 $a > 0, b < 0$ 일 때, 항상 참인 것은?

- ① $a - b > 0$ ② $a - b < 0$ ③ $a + b > 0$
④ $a + b < 0$ ⑤ $a + b = 0$

해설

- ② $a - b > 0$
③, ④, ⑤ $a + b$ 는 양수일 수도, 0 일 수도, 음수일 수도 있다.

27. 두 수 a, b 에 대하여 $a > 0, b < 0, a < -b$ 일 때, 다음 중 부호가 다른 것은?

- ① $a \times b$ ② $\frac{a}{b}$ ③ $a - b$ ④ $b - a$ ⑤ $a + b$

해설

$$a - b > 0$$

28. 다음 조건을 만족하는 서로 다른 세 정수 a, b, c 의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

- ㉠ a 와 b 는 각각 -5 보다 크다.
- ㉡ a 의 절댓값은 -5 의 절댓값과 같다.
- ㉢ c 는 b 보다 0 에 더 가깝다.
- ㉤ b 는 음의 정수이다.

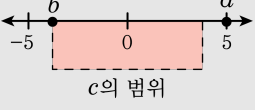
▶ 답 :

▷ 정답 : $a > c > b$

해설

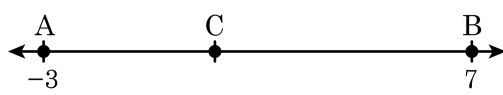
㉡에서 a 의 절댓값은 -5 의 절댓값과 같고, a 는 -5 보다 크다고 하였으므로 $a = 5$ 이다.

b 는 -5 보다 큰 음의 정수이고, c 는 b 보다 0 에 가까이 있으므로 이 조건을 만족하는 a, b, c 를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 세 정수 a, b, c 의 대소 관계를 나타내면 $a > c > b$ 이다.

29. 수직선 위의 두 점 A, B 사이의 거리를 2 : 3 으로 나누는 점을 C 라 할 때, C 가 나타내는 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1 또는 +1

해설

점 A 와 점 B 사이의 거리는 $(+7) - (-3) = 10$ 이고 점 A 에 서 점 C 까지의 거리는 점 A 와 점 B 사이의 거리의 $\frac{2}{5}$ 이므로 $10 \times \frac{2}{5} = 4$ 이다. 따라서 C 는 $(-3) + 4 = 1$ 이다.

30. 두 유리수 a, b 에 대하여 $a \Delta b = a \div b + 1$ 로 정의할 때, $34 \Delta \left(\frac{2}{3} \Delta 5 \right)$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31 또는 +31

해설

$$\frac{2}{3} \Delta 5 = \frac{2}{3} \div 5 + 1 = \frac{2}{15} + 1 = \frac{17}{15}$$

$$34 \Delta \frac{17}{15} = 34 \div \frac{17}{15} + 1 = 30 + 1 = 31 \text{ 이다.}$$