

1. 등식 $(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi) = 8-2i$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

$(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi) = 8-2i$ 에서 $4x+4yi = 8-2i$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$4x = 8, 4y = -2$$

$$\therefore x = 2, y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore xy = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

2. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x + 5 (2 \leq x \leq 5)$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$y = 2x^2 - 6x + 5 = 2 \left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} \right) + 5$$

$$= 2 \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right)$ 이고

아래로 볼록한 포물선이다.

꼭짓점이 주어진 구간 안에 포함되지 않으므로 최댓값, 최솟값은 주어진 구간의 양끝값이 된다.

$$x = 2 \text{ 일 때 } y = 2 \left(2 - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} = 1$$

$$x = 5 \text{ 일 때 } y = 2 \left(5 - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} = 25$$

따라서 최댓값 $a = 25$ 이고, 최솟값 $b = 1$ 이므로 $ab = 25$

3. $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -3 ④ 1, 3 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} & (1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i \\ &= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i \\ &= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i \end{aligned}$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 $\neq 0$ 이어야 한다.
 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서, $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인 x 값을 찾아야 한다.
 $\therefore x = 1$

4. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로 $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

5. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0, a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0, 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $a \neq 0$ 이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0, 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수 a 값의 범위는

$$-2 < a < 0 \text{ 또는 } a > 0$$

6. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2 - 6x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 1 = 0$

③ $x^2 - 7x + 3 = 0$

④ $2x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 - 7x + 3 = 0$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

3 과 $\frac{1}{2}$ 을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}, 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

7. 방정식 $x^3 - x = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $x = 0$

▷ 정답 : $x = 1$

해설

좌변을 인수분해 하면

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$$

$$\therefore x = -1, 0, 1$$

8. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$

② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$

③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$

④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$

⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로
 $a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고
이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$
양변에 a 를 곱하면
 $a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$
 $ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$
 $\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$
따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면
 $a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$
 $\alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$
 $(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$
 $\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} (\because 0 < \alpha < \beta)$

9. 다음 계산을 하시오.

$$1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{2006}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-i$

해설

$i^4 = 1$ 이므로

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= \frac{1^5}{i} + \frac{1^6}{i} + \frac{1^7}{i} + \frac{1^8}{i} \cdots \\ &= \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= -i - 1 + i + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= 1 + (0 + 0 + \cdots + 0) + \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} \\ &= 1 - i - 1 = -i \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{5}i$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -36 ② -18 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

a, b 가 실수이므로
이차방정식의 한 근이 $2 + \sqrt{5}i$ 이면
다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}i$ 이다.
근과 계수의 관계의 의하여
 $-a = (2 + \sqrt{5}i)(2 - \sqrt{5}i) = 4$
 $\therefore a = -4$
 $b = (2 + \sqrt{5}i)(2 - \sqrt{5}i) = 9$
 $\therefore ab = -36$

11. 조건 $x^2 - 2kx + k^2 + 2k + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2 를 만족하는 실수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면

근과 계수와의 관계에서

$$\begin{cases} \alpha + \alpha + 2 = 2k & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \alpha(\alpha + 2) = k^2 + 2k + 3 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $\alpha = k - 1$ 을 ②에 대입하면,

$$(k - 1)(k + 1) = k^2 + 2k + 3$$

$$\therefore k = -2$$

12. 이차함수 $y = x^2 - 8x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 두 점에서 만날 때, 자연수 k 의 개수는?

① 4 개 ② 8 개 ③ 10 개 ④ 13 개 ⑤ 15 개

해설

그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면

$x^2 - 8x + k = 0$ 의 판별식이 0 보다 커야한다.

$$\Rightarrow D' = 4^2 - k > 0$$

$$\Rightarrow k < 16$$

$\therefore$ 자연수 k 의 개수 : 15 개

13. x 에 관한 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때 $(1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma)$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 3$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2$, $\alpha\beta\gamma = -4$ 이므로
 $(1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma) = 1 - (\alpha + \beta + \gamma) + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma$
 $= 1 - 3 + 2 + 4 = 4$

14. 삼차방정식 $x^3 + px + q = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{3}-1$ 일 때, 유리수 p, q 에서 $p+q$ 의 값은 ?

- ① -2 ② -1 ③ 3 ④ 7 ⑤ 9

해설

계수가 모두 유리수이고 $-1 + \sqrt{3}$ 이 한 근이므로, 다른 한 근은 $-1 - \sqrt{3}$ 이다.
또 다른 한근을 α 라 하면 삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해
 $(-1 + \sqrt{3}) + (-1 - \sqrt{3}) + \alpha = 0, \alpha = 2$
 $(-1 + \sqrt{3})(-1 - \sqrt{3}) + \alpha(-1 + \sqrt{3}) + (-1 - \sqrt{3}) = p$
 $(-1 + \sqrt{3})(-1 - \sqrt{3})\alpha = -q$
 $\therefore p = -6, q = 4$
 $\therefore p + q = -2$

해설

$(\sqrt{3}-1)^3 + p(\sqrt{3}-1) + q = 0$
 $-p + q - 10 + (6+p)\sqrt{3} = 0$
 $\therefore -p + q - 10 = 0, 6 + p = 0$
 $\therefore p = -6, q = 4$
 $\therefore p + q = -6 + 4 = -2$

15. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, x^{51} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 에서

$(x^2 - x + 1)(x + 1) = 0$

$\therefore x^3 + 1 = 0$

$x^3 = -1$

$x^{51} = (x^3)^{17} = (-1)^{17} = -1$

16. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30 개 이고 배점은 80 점 이다. 문항별 배점은 2 점, 3 점, 4 점 의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2 점 짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

- ① 9
- ② 10
- ③ 11
- ④ 12
- ⑤ 13

해설

2점문항 개수를 x , 3점문항을 y ,
4점문항을 z 라 하자
 $2x + 3y + 4z = 80 \quad \cdots \textcircled{1}$
 $x + y + z = 30 \quad \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - 4 \times \textcircled{2} \Rightarrow y = 40 - 2x$
 $\textcircled{1} - 3 \times \textcircled{2} \Rightarrow z = x - 10$
 $\therefore x = 10$ 이면 $z = 0$
 $\Leftarrow$ 조건이 성립하지 않음
 $\therefore x \geq 11$, 최소 11문항

17. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \frac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

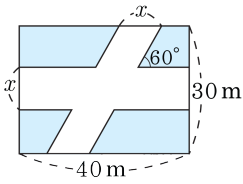
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면
 $1 \leq -x \leq 2$
다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$
각 변의 역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$
각 변에 12를 곱하면 $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$
 $\therefore p=3, q=4$
 $\therefore pq=12$

19. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40 m, 30 m 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 60° 로 교차하도록 만들었다. 이때, 남은 땅의 넓이가 600 m^2 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



- ① 4m ② 6m ③ 8m ④ 10m ⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 S 라 하면
 $S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$
 $\therefore x^2 - 70x + 600 \geq 0$
 $(x - 10)(x - 60) \geq 0$ 에서 $x \leq 10$ 또는
 $x \geq 60$ ($0 < x < 30$) 이 된다.
 그러므로 도로폭의 최대 길이는
 $0 < x \leq 10$ 이므로 10 m이다.

20. 두 부등식 $-x^2 - 3x + 4 \leq 0$,
 $x^2 + ax + b < 0$ 에 대하여
두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두
부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $1 \leq x < 3$ 일 때, 실수 a, b 의 합
 $a + b$ 를 구하면?

① -12 ② -11 ③ -10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} & -x^2 - 3x + 4 \leq 0, \quad x^2 + 3x - 4 \geq 0 \\ & \Rightarrow x \leq -4 \text{ 또는 } x \geq 1 \\ & \therefore a = 1, b = -12 \Rightarrow a + b = -11 \end{aligned}$$

21. 이차방정식 $x^2 + ax - 2 = 0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 $-2 < \alpha < 0, 1 < \beta < 3$ 이 성립하도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{13}{3} < a < -1$ ② $-\frac{10}{3} < a < 0$ ③ $-\frac{7}{3} < a < 1$
④ $-\frac{5}{3} < a < 2$ ⑤ $-\frac{2}{3} < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 + ax - 2$ 로 놓으면 $-2 < \alpha < 0, 1 < \beta < 3$ 이므로

$f(-2) > 0, f(0) < 0, f(1) < 0, f(3) > 0$ 이어야 한다.

$f(-2) = -2a + 2 > 0$ 에서 $a < 1$

$f(0) = -2 < 0$

$f(1) = a - 1 < 0$ 에서 $a < 1$

$f(3) = 3a + 7 > 0$ 에서 $a > -\frac{7}{3}$

$\therefore -\frac{7}{3} < a < 1$

22. 두 복소수 x, y 에 대하여 $x + y = 2 + 3i$ 라 할 때, $x\bar{x} + x\bar{y} + \bar{x}y + y\bar{y}$ 의 값은?

① 13

② $11 + 2i$

③ 12

④ $12 - i$

⑤ 11

해설

$$x + y = 2 + 3i, \bar{x} + \bar{y} = 2 - 3i$$

$$x\bar{x} + x\bar{y} + \bar{x}y + y\bar{y}$$

$$= x(\bar{x} + \bar{y}) + y(\bar{x} + \bar{y})$$

$$= (x + y)(\bar{x} + \bar{y})$$

$$= (2 + 3i)(2 - 3i)$$

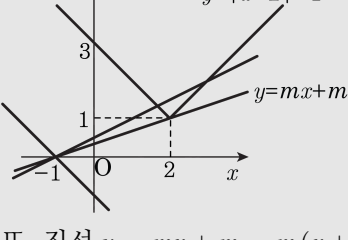
$$= 13$$

23. 함수 $y = |x - 2| + 1$ 의 그래프가 직선 $y = mx + m$ 과 만나기 위한 양수 m 의 최솟값은?

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$x \geq 2$ 일 때, $|x - 2| = x - 2$ 이므로
 $y = x - 2 + 1 = x - 1$
 $x < 2$ 일 때, $|x - 2| = -(x - 2)$ 이므로 $y = -x + 2 + 1 = -x + 3$
따라서, $y = |x - 2| + 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



또, 직선 $y = mx + m = m(x + 1)$ 은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(-1, 0)$ 을 지난다.

직선 $y = mx + m$ 이 점 $(2, 1)$ 을 지날 때, $1 = 2m + m \therefore m = \frac{1}{3}$

직선 $y = mx + m$ 이 직선 $y = -x + 3$ 과 평행할 때, $m = -1$

따라서, 직선 $y = mx + m$ 이 $y = |x - 2| + 1$ 의 그래프와 만나려면

가울기 m 의 값의 범위가

$m \geq \frac{1}{3}$ 또는 $m < -1$ 이어야 한다.

그런데 양수 m 이므로 $m \geq \frac{1}{3}$ 그러므로 구하는 m 의 최솟값은 $\frac{1}{3}$

이다.

24. 방정식 $x^4 + Ax^3 - 7x^2 - Ax + 3B = 0$ 의 두 근이 -1 과 -2 일 때, 다른 두 근을 α, β 라 하자. 이 때, $A + B - \alpha\beta$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x) = x^4 + Ax^3 - 7x^2 - Ax + 3B$ 라 하면 $-1, -2$ 가 근이므로
 $f(-1) = 1 - A - 7 + A + 3B = 0$
 $\therefore B = 2$
 $f(-2) = 16 - 8A - 28 + 2A + 3B = 0, -6A + 3B - 12 = 0 \quad \therefore A = -1$
 $\therefore A + B = -1 + 2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $\therefore (x+1)(x+2)(x^2 - 4x + 3) = 0$
따라서, 다른 두 근은 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 근이다.
 $\therefore \alpha\beta = 3 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $A + B - \alpha\beta = 1 - 3 = -2$

25. 다음 중에서 해가 무수히 많은 연립방정식을 모두 고르면?

①

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ xy + 2x = 3 \end{cases}$$

②

$$\begin{cases} -2x + y - 1 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

③

$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ 2x - y + 2z = 8 \\ 7x + y + z = 31 \end{cases}$$

④

$$\begin{cases} x - y + 3z = 7 \\ 3x + 2y + 4z = 10 \\ 2x + 3y + z = 1 \end{cases}$$

⑤

$$\begin{cases} 2x - y + z = -3 \\ x + 3y - z = 4 \\ 5x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

해설

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

이 무수히 많은 해를 가진 조건은 $\frac{a}{a'} =$

$$\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

이다.

삼변수 연립방정식의 경우 2개로 줄인 후 위 조건에 맞는지 판단한다.

②

$$\begin{cases} -2x + y = 1 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 조건에 해당

③

$$\begin{cases} 8x + 2y = 36 \\ 4x + y = 18 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 조건에 해당