1. 실수 k에 대하여 복소수 $z = 3(k+2i) - k(1-i)^2$의 값이 순허수가 되도록 k의 값을 정하면?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 3(k+2i) - k(-2i)$
$= 3k + (6+2k)i \Rightarrow$ 순허수
$\therefore\ 3k = 0,\ k = 0$

2. 이차방정식 $x^2 - x + 4 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = 1 \pm \sqrt{3}$ ② $x = 1 \pm \sqrt{15}$ ③ $x = -1 \pm \sqrt{15}i$
④ $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용한다.

$x^2 - x + 4 = 0, \quad x = \dfrac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

3. $i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50}$ 의 값은?

① $-26 - 25i$　② $-26 + 25i$　③ 0

④ $-25 + 26i$　⑤ $25 + 26i$

해설

$i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50}$

$= \{i + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-i) + 4 \cdot 1\} + \{5i + 6 \cdot (-1) + 7 \cdot (-i) + 8 \cdot 1\}$

$+ \cdots + \{45i + 46 \cdot (-1) + 47 \cdot (-i) + 48 \cdot 1\} + 49i + 50 \cdot (-1)$

$12(2 - 2i) + 49i - 50 = -26 + 25i$

4. $x = \sqrt{3} + 2i$, $y = \sqrt{3} - 2i$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 5　　② 7　　③ $2\sqrt{3} + 4i$

④ 12　　⑤ $12 + 2\sqrt{3}i$

해설

$x + y = 2\sqrt{3}$,
$xy = (\sqrt{3} + 2i)(\sqrt{3} - 2i) = 3 - 4i^2 = 7$ 이므로
$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = 12 - 7 = 5$ 이다.

5. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x+\frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은? (단, $x \neq 0$)

① -5 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$x+\frac{1}{x}=t$ 라 하고,
양변에 x 를 곱하면
$x^2+1=tx$
$x^2-tx+1=0$ 에서 x 는 실수이므로
$D=t^2-4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4,\ t \leq -2$ 또는 $t \geq 2$

6. 삼차방정식 $(x-1)(x-2)(x-3)=24$의 모든 실근의 합은?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

$(x-1)(x-2)(x-3)=24$를 전개하면

$x^3-6x^2+11x-30=0$

$x=5$를 대입하면 성립하므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

5	1	−6	11	−30
		5	−5	30
	1	−1	6	0

$(x-5)(x^2-x+6)=0$

$\therefore\ x=5$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{23}i}{2}$

따라서, 실근은 5뿐이므로 실근의 합은 5이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=3 \\ z+x=4 \end{cases}$ 를 만족하는 x, y, z를 구할 때, $x^2+y^2+z^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\begin{cases} x+y=1 \cdots ㉠ \\ y+z=3 \cdots ㉡ \\ z+x=4 \cdots ㉢ \end{cases}$

㉠ + ㉡ + ㉢ $\Rightarrow 2(x+y+z)=8$

$x+y+z=4 \cdots$ ㉣

㉣ − ㉠ $\Rightarrow z=3$

㉣ − ㉡ $\Rightarrow x=1$

㉣ − ㉢ $\Rightarrow y=0$

$\therefore x^2+y^2+z^2=10$

8. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m의 값의 합은?

$$m^2x - 1 > m(x-1)$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$m^2x - 1 > m(x-1)$에서

$m^{2x} - 1 > mx - m$

$\therefore (m^2 - m)x > 1 - m \cdots$ ㉠

㉠의 해가 없어야 하므로

$m^2 - m = 0,\ 1 - m \geq 0$

$m^2 - m = 0$에서 $m(m-1) - 0$

$\therefore m = 0$ 또는 $1 \cdots$ ㉡

$1 - m \geq 0$에서 $m \leq 1 \cdots$ ㉢

따라서 ㉡, ㉢에서 $m = 0$ 또는 $m = 1$

9. $|x-1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$|x-1| = 3 - |x|$ 에서,
$|x| + |x-1| = 3$ 이다.
i) $x < 0$ 일 때,
$-x - (x-1) = 3$
$\therefore x = -1$
ii) $0 \le x < 1$ 일 때,
$x - (x-1) = 3$
$0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능
iii) $x \ge 1$ 일 때,
$x + (x-1) = 3$
$\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는
$x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

10. 방정식 $|x^2+(a-2)x-2|=1$의 모든 근의 합이 0일 때 상수 a의 값은?

① 4　　② 2　　③ 0　　④ -2　　⑤ -6

해설

$|x^2+(a-2)x-2|=1$

i) $x^2+(a-2)x-2=1$일 때

$x^2+(a-2)x-3=0$에서

두근의 합은 $-(a-2)$ $\cdots$ ㉠

ii) $x^2+(a-2)x-2=-1$일 때

$x^2+(a-2)x-1=0$에서

두근의 합은 $-(a-2)$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 모든 근의 합은

$-(a-2)-(a-2)=0$ $\therefore$ $a=2$

11. 복소수의 범위에서 인수분해가 옳게 된 것은?

① $x^4 + x^2 - 2 = (x+1)(x-1)(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i)$

② $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 - x + 1)$

③ $x^2 - 2x - 1 = (x-1-\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2})$

④ $x^2 + 2x + 3 = (x+1-2i)(x+1+2i)$

⑤ $x^4 - 4 = (x+2)(x-2)(x+2i)(x-2i)$

해설

① $(x^2+2)(x^2-1) = (x+1)(x-1)(x^2+2)$
$= (x+1)(x-1)(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i) \rightarrow (\bigcirc)$

② $x^3 - 1 = (x-1)(x^2+x+1)$

③ $x^2 - 2x - 1 = (x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2})$

④ $x^2 + 2x + 3 = (x+1-\sqrt{2}i)(x+1+\sqrt{2}i)$

⑤ $x^4 - 4$
$= (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})\ (x-\sqrt{2}i)(x+\sqrt{2}i)$

12. 이차함수 $y = x^2 + ax + a$의 그래프와 직선 $y = x + 1$이 한 점에서 만나도록 하는 a의 값의 합을 구하여라.

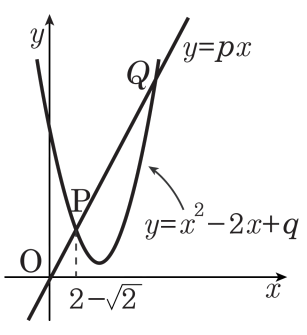
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = x^2 + ax + a \cdots$ ㉠
$y = x + 1 \quad \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 y를 소거하여 정리하면
$x^2 + ax + a = x + 1$
$\therefore\ x^2 + (a-1)x + a - 1 = 0$
㉠, ㉡가 한 점에서 만나면 이차방정식이 중근을 가지므로, 판별식을 D라 하면
$D = (a-1)^2 - 4(a-1) = 0$
$\therefore\ (a-1)\{(a-1) - 4\} = 0$
$\therefore\ (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1$ 또는 5
따라서 구하는 a의 값은 6

13. 다음 그림과 같이 직선 $y = px$ 와 이차함수$y = x^2 - 2x + q$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만나고 점 P 의 x 좌표가 $2 - \sqrt{2}$ 이다. 이 때, 유리수 p, q 의 곱 pq 의 값은?



① 1　　② 4　　③ 6　　④ 9　　⑤ 12

해설

두 점 P, Q 의 x 좌표는
이차방정식 $x^2 - 2x + q = px$ 의 두 실근이다.
$x^2 - (p+2)x + q = 0$ 에서 p, q 는 유리수이므로
한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$(2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) = p + 2$
$\therefore\ p = 2$
$(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = q$
$\therefore\ q = 2$
$\therefore\ pq = 4$

14. 방정식 $x^3+x^2+px+q=0$ 에 대하여 한 근이 $1-i$ 일 때, $p+q$ 값을 구하면?

① -3　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

한 근이 $1-i$ 이므로
켤레복소수인 $1+i$ 도 근이 된다. 나머지 한 근을 α 라 하면 근과 계수와의 관계에 의해
$-1=(1-i)+(1+i)+\alpha \therefore \alpha=-3$
$p=(1-i)(1+i)-3(1-i)-3(1+i)$
$\therefore p=-4$
$-q=(1-i)(1+i)\cdot(-3)=-6$
$\therefore q=6$
$\therefore\ p+q=-4+6=2$

15. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$2x-2y+z=3x-y+z=x+2y-4z+10=2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=0$

▷ 정답 : $y=0$

▷ 정답 : $z=2$

해설

주어진 방정식을 변형하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} 2x-2y+z=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y+z=2 & \cdots\cdots ㉡ \\ x+2y-4z=-8 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

따라서 ㉡ − ㉠에서

$x+y=0 \quad \cdots\cdots$ ㉣

㉠ × 4 + ㉢에서

$3x-2y=0 \quad \cdots\cdots$ ㉤

㉣ × 2 + ㉤에서 $5x=0$

$\therefore x=0,\ y=0$

$x=0,\ y=0$을 ㉠에 대입하면 $z=2$

16. x, y에 대한 연립방정식

$\begin{cases} 2x+(3+a)y=4+a \\ (3-a)x+4y=5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해가 무수히 많으려면 x, y의 계수의 비가 같아야 하므로

$\frac{2}{3-a}=\frac{3+a}{4}$

$(3-a)(3+a)=8 \Rightarrow a^2=1$

$\therefore a=\pm 1$

$a=1$일 때 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} 2x+4y=5 \\ 2x+4y=5 \end{cases}$ 로 일치하므로 해가 무수히 많다.

17. $-2 \le x \le -1$ 일 때, $A = \dfrac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \le A \le q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \le x \le -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면

$1 \le -x \le 2$

다시 각 변에 2를 더하면 $3 \le 2-x \le 4$

각 변의 역수를 취하면 $\dfrac{1}{4} \le \dfrac{1}{2-x} \le \dfrac{1}{3}$

각 변에 12 를 곱하면 $3 \le \dfrac{12}{2-x} \le 4$

$\therefore p = 3, q = 4$

$\therefore pq = 12$

18. x에 관한 이차부등식 $x^2 + ax + 2a - 3 > 0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하도록 상수 a의 범위를 구하면 $p < a < q$이다. 이 때, pq의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $pq = 12$

해설

$x^2 + ax + 2a - 3 > 0$이 항상 성립할 조건은
판별식 이 $D < 0$을 만족해야 한다.
$D = a^2 - 4(2a - 3) < 0$
$a^2 - 8a + 12 < 0$
$(a - 6)(a - 2) < 0$
$2 < a < 6 \quad \therefore p = 2, q = 6$
$\therefore \ pq = 2 \times 6 = 12$

19. 어부 김씨는 둘레 길이가 28 cm 인 직사각형 모양의 양식장의 넓이를 $48\,\mathrm{m}^2$ 이상이 도도록 지으려고 한다. 이 때 양식장의 한 변의 길이를 최대 얼마로 해야 하는가?

① 5 m ② 6 m ③ 7 m ④ 8 m ⑤ 9 m

해설

양식장의 가로의 길이를 x m 라고 하면
둘레의 길이는 28 m 이므로
세로의 길이는 $(14-x)$ m 이다.
양식장의 넓이가 $48\,\mathrm{m}^2$ 이상이므로
$x(14-x) \geq 48,\ 14x - x^2 - 48 \geq 0$
$x^2 - 14x + 48 \leq 0, (x-6)(x-8) \leq 0$
$\therefore 6 \leq x \leq 8$
따라서 한 변의 길이를 최대 8 m 로 해야 한다.

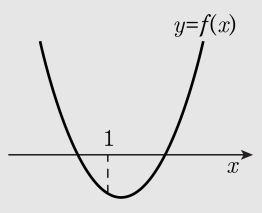
20. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$　　② $m > -2$　　③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$　　⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

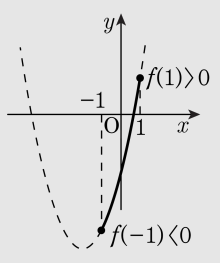
$\therefore\ m > 5$

21. 이차방정식 $x^2 + 4mx - 3m = 0$의 한 근은 -1과 1사이에 있고, 또 한 근은 -1보다 작도록 하는 실수 m의 범위를 구하면?

① $m > \frac{2}{9}$　　② $m > \frac{1}{7}$　　③ $m > -\frac{1}{3}$
④ $m < -\frac{1}{3}$　　⑤ $m < \frac{2}{9}$

해설

$f(x) = x^2 + 4mx - 3m$으로 놓을 때,
$f(x) = 0$의 근이 한 근은 -1과 1사이에 있고, 또 한 근은 -1보다 작아야 하므로



$f(-1) = 1 - 4m - 3m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{7}$

$f(1) = 1 + 4m - 3m > 0 \Rightarrow m > -1$

$\therefore\ m > \frac{1}{7}$

22. 길이가 20m 인 철망을 이용하여 벽을 한 면으로 하는 직사각형 모양의 가축 우리를 만들려고 한다. 가축 우리의 넓이가 최대가 되도록 만들 때, 그 넓이를 구하여라.

▶ 답 : _____ m^2

▷ 정답 : $50\,m^2$

해설

가축 우리의 세로의 길이를 x m 라고 하면
가로의 길이는 $(20-2x)$ m 이다.
가축 우리의 넓이를 $y\,m^2$ 라고 하면
$y = x(20-2x) = -2x^2 + 20x$
$= -2(x-5)^2 + 50$
한편, $x > 0$ 이고 $20 - 2x > 0$ 이므로
$0 < x < 10$
따라서 $x = 5$ 일때
가축 우리의 최대 넓이는 $50\,m^2$ 이다.

23. 삼차방정식 $x^3 - 2x^2 - 4x + k = 0$ 의 세 근 α, β, γ 에 대하여 $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha) = \alpha\beta\gamma$를 만족할 때, k의 값을 구하면?

① 7　　② 6　　③ 5　　④ 4　　⑤ 3

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 2,\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -4,\ \alpha\beta\gamma = -k$ 이므로

$\alpha + \beta = 2 - \gamma,\ \beta + \gamma = 2 - \alpha,\ \gamma + \alpha = 2 - \beta$

주어진 식은 $(2 - \alpha)(2 - \beta)(2 - \gamma) = \alpha\beta\gamma$

$\therefore\ 8 - 4(\alpha + \beta + \gamma) + 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma = \alpha\beta\gamma$

$\therefore\ 8 - 8 - 8 + k = -k$

$\therefore\ k = 4$

24. 방정식 $2x^2 - 4xy + 5y^2 - 8x - 4y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값은?

① $x = 2,\ y = 4$　② $x = 4,\ y = 2$　③ $x = -1,\ y = 2$
④ $x = 2,\ y = -1$　⑤ $x = -2,\ y = 1$

해설

판별식을 이용하기 위해 준식을 x 에 관하여 정리하면,
$2x^2 - 4(y+2)x + 5y^2 - 4y + 20 = 0 \cdots$ ①
①이 실근을 가지므로 $\frac{D}{4} \geq 0$ 에서
$4(y+2)^2 - 10y^2 + 8y - 40 \geq 0$
$6y^2 - 24y + 24 \leq 0$
$6(y^2 - 4y + 4) \leq 0$
$6(y-2)^2 \leq 0$　　$\therefore y = 2$ ($\because$ y 는 실수)
$y = 2$ 를 ①에 대입하면,
$2x^2 - 16x + 32 = 0,\ \ 2(x-4)^2 = 0$
$\therefore\ x = 4$

25. 두 부등식 $x^2 - 2x - 8 > 0$,
$x^2 - (2a+1)x + a^2 + a < 0$에 대하여 공통범위가 존재하지 않도록 하는 실수 a의 범위를 $b \le a \le c$라 할 때, $b + c$의 값을 구하면?

① -1　　② 0　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$(x-4)(x+2) > 0$,
$\therefore\ x > 4,\ x < -2$
$x^2 - (2a+1)x + a(a+1) < 0$
$(x-a)(x-a-1) < 0$
두 부등식의 공통범위가 없으려면
$a \ge -2,\ a+1 \le 4 \rightarrow a \le 3$
$\therefore\ -2 \le a \le 3$
$\therefore\ b = -2,\ c = 3$
$\therefore\ b + c = 1$