

1. 실수  $k$ 에 대하여 복소수  $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록  $k$ 의 값을 정하면?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0 \end{aligned}$$

2. 이차방정식  $x^2 - x(kx - 5) + 3 = 0$ 이 허근을 가질 때, 정수  $k$ 의 최댓값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$x^2 - kx^2 + 5x + 3 = 0$ 이 허근은 가지려면

$$D = 25 - 4 \times 3(1 - k) < 0$$

$$25 - 12 + 12k < 0 \quad \therefore 12k < -13$$

$$\therefore k < -\frac{13}{12} \text{ 이므로}$$

정수  $k$ 의 최댓값은 -2

3.  $x = 1 + \sqrt{2}i$ ,  $y = 1 - \sqrt{2}i$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 값을 구하면?

①  $-1$

②  $1$

③  $-2$

④  $2$

⑤  $-3$

해설

$$x + y = 2, \quad xy = 3$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 6 = -2$$

4. 제곱해서  $5 - 12i$  가 되는 복소수는?

①  $\pm(2 + 3i)$

②  $\pm(2 - 3i)$

③  $\pm(3 - 2i)$

④  $\pm(3 + 3i)$

⑤  $\pm(3 + 3i)$

### 해설

구하려는 복소수를  $a + bi$  ( $a, b$  는 실수)로 놓으면

$$(a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi \text{ 에서}$$

$$a^2 - b^2 + 2abi = 5 - 12i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a^2 - b^2 = 5, 2ab = -12 \text{ 에서}$$

$$ab = -6, b = -\frac{6}{a} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - \left(-\frac{6}{a}\right)^2 = 5, a^2 - \frac{36}{a^2} = 5$$

양변에  $a^2$  을 곱하면

$$a^4 - 5a^2 - 36 = 0, (a^2 - 9)(a^2 + 4) = 0$$

따라서  $a^2 = 9$  또는  $a^2 = -4$  이므로

$$a = \pm 3 \text{ 또는 } a = \pm 2i$$

그런데  $a$  는 실수이므로  $a = \pm 3$  이고,  $b = \mp 2$  이다.

따라서 구하는 복소수는  $\pm(3 - 2i)$  이다.

5. 이차방정식  $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수  $k$ 의 최대값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

### 해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$$D' = 1^2 - (k - 3) > 0$$

$$\therefore k < 4$$

$\therefore$  최대값은 3 ( $\because k$ 는 정수)

6. 이차식  $ax^2 + 4x + 2a$ 가  $x$ 에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수  $a$ 의 값은?

①  $\pm 1$

②  $\pm \sqrt{2}$

③  $\pm 2$

④  $\pm \sqrt{3}$

⑤  $\pm \sqrt{5}$

해설

주어진 식이  $x$ 에 대한 완전제곱식이 되려면  
판별식  $D = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a \cdot 2a = 0$$

$$4 - 2a^2 = 0, a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}$$

7. 다음 연립방정식을 만족하는  $(x, y, z)$ 가 바르게 짝지어진 것은?

$$3x - y = y + z = 3x - z = 1$$

①  $(1, 1, 1)$

②  $(-1, 1, 2)$

③  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

④  $\left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$

⑤  $\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$

해설

$$3x - y = 1, y + z = 1, 3x - z = 1$$

변변끼리 모두 더하면,  $6x = 3, x = \frac{1}{2}$

각각 대입하면,  $y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$

$$\therefore (x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

8. 부등식  $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는  $x \leq a$  또는  $x \geq b$ 이다.  $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(i) \quad x < -1$$

$$-(x+1) - (x-1) \geq 4, \quad x \leq -2$$

$$(ii) \quad -1 \leq x < 1$$

$$x+1 - (x-1) \geq 4$$

$$2 \geq 4 \quad (\text{성립 안함})$$

$$(iii) \quad x \geq 1$$

$$x+1 + x-1 \geq 4$$

$$x \geq 2$$

(i), (iii)을 합하면  $x \leq -2$  또는  $x \geq 2$

$$\therefore a+b=0$$

9. 이차함수  $y = x^2 - ax + 3$ 의 그래프가 직선  $y = 0$ 과 두 점에서 만나기 위한 자연수  $a$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수  $y = x^2 - ax + 3$ 의 그래프가  $x$ 축 ( $y = 0$ )과 서로 다른 두 점에서 만나야 한다.

즉 이차방정식  $x^2 - ax + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 판별식을  $D$ 라 하면

$$D = a^2 - 12 > 0 \text{에서}$$

$$a < -2\sqrt{3} \text{ 또는 } a > 2\sqrt{3}$$

따라서 자연수  $a$ 의 최솟값은 4이다.

10. 이차함수  $y = x^2 + ax + a$ 의 그래프와 직선  $y = x + 1$ 이 한 점에서 만나도록 하는  $a$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + ax + a \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = x + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서  $y$ 를 소거하여 정리하면

$$x^2 + ax + a = x + 1$$

$$\therefore x^2 + (a-1)x + a-1 = 0$$

㉠, ㉡가 한 점에서 만나면 이차방정식이 중근을 가지므로, 판별식을  $D$ 라 하면

$$D = (a-1)^2 - 4(a-1) = 0$$

$$\therefore (a-1)\{(a-1)-4\} = 0$$

$$\therefore (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1 \text{ 또는 } 5$$

따라서 구하는  $a$ 의 값은 6

11.  $x$ 가 실수일 때, 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$ 가  $x = 2$ 에서 최댓값 3을 가질 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠  $a < 0$

㉡  $4a + b = 0$

㉢  $4a - c = -3$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$x = 2$ 에서 최댓값 3을 갖는 이차함수는

$y = a(x - 2)^2 + 3 (a < 0)$ 이다.

$ax^2 + bx + c = a(x - 2)^2 + 3$ 이므로

$b = -4a, c = 4a + 3$ 이다.

12.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2ax - 9 + 2a^2 = 0$ 이 실근  $\alpha, \beta$ 를 가질 때,  $|\alpha - \beta|$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

### 해설

$x^2 + 2ax - 9 + 2a^2 = 0$ 에서

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = -9 + 2a^2$$

$$|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (-2a)^2 - 4(-9 + 2a^2) = -4a^2 + 36$$

$$\text{그런데 } \frac{D}{4} = a^2 + 9 - 2a^2 \geq 0$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 3$$

$$\therefore 0 \leq |\alpha - \beta|^2 \leq 36$$

$$\text{즉, } 0 \leq |\alpha - \beta| \leq 6$$

$$\therefore (\text{최댓값}) + (\text{최솟값}) = 0 + 6 = 6$$

13. 삼차방정식  $(x-1)(x^2+x+a+1)=0$ 의 실근이 1뿐일 때, 실수  $a$ 의 범위를 구하면?

①  $a > -\frac{3}{4}$

②  $a > -\frac{3}{2}$

③  $a > -1$

④  $a > 0$

⑤  $a > 1$

해설

준식의 실근이 1뿐이기 위해서는  $x^2+x+a+1=0$ 의 근이 허근이거나  $x=1$ 을 중근으로 가져야 한다.

( i ) 허근을 가질 경우

$$D = 1 - 4(a+1) < 0, \quad -3 < 4a$$

$$\therefore a > -\frac{3}{4}$$

( ii )  $x=1$ 을 중근으로 가질 경우

$D = 1 - 4(a+1) = 0$ 이고  $1+1+a+1=0$ 을 동시에 만족하는  $a$ 의 값은 없다.

( i ), ( ii )에서  $a > -\frac{3}{4}$

14.  $a, b$ 가 유리수일 때,  $x = 1 + \sqrt{2}$ 가  $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 된다. 이 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

### 해설

유리계수 방정식이므로  $1 + \sqrt{2}$ 가 근이면  $1 - \sqrt{2}$ 도 근이다.  
주어진 방정식의 세 근을  $1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, \alpha$ 라 하면

$$(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + \alpha(1 + \sqrt{2}) + \alpha(1 - \sqrt{2}) = a \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\alpha(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -b \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면  $a = 1, b = 1$

15.  $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때,  $\omega^6 + \omega^2 + \omega + 1$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

$$(\omega^3)^2 + (\omega^2 + \omega + 1) = 1^2 + 0 = 1$$

16.  $A, B, C$  세 사람의 수학 점수가  $A$ 와  $B$ 의 평균이 80점,  $B$ 와  $C$ 의 평균이 85점,  $A$ 와  $C$ 의 평균이 78이다.  $A, B, C$  세 사람의 수학 점수 평균은?

① 74 점

② 75 점

③ 79 점

④ 80 점

⑤ 81 점

### 해설

$A, B, C$  세 사람의 점수를 각각  $a, b, c$  라 한다.

$$\frac{a+b}{2} = 80, \frac{b+c}{2} = 85, \frac{c+a}{2} = 78$$

모두 더하면  $\frac{2(a+b+c)}{2} = 243$

$$a+b+c = 243$$

$$(\text{평균}) = \frac{a+b+c}{3} = \frac{243}{3} = 81$$

17. 다음 방정식을 만족하는 실수  $x, y$ 의 합을 구하여라.

$$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-3$

▷ 정답 :  $3$

해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$ 에서  $x^2y^2 + 4x^2 + y^2 + 4 - 8xy = 0$   
이것을 완전제곱식의 꼴로 변형하면

$$(x^2y^2 - 4xy + 4) + (4x^2 - 4xy + y^2) = 0$$

이 때,  $x, y$ 가 실수이므로  $xy - 2, 2x - y$ 도 실수이다.

$$\therefore xy - 2 = 0 \quad \cdots \textcircled{7},$$

$$2x - y = 0 \quad \cdots \textcircled{8}$$

⑧에서  $y = 2x$ 이고, 이것을 ⑦에 대입하면  $x^2 = 1$

따라서,  $x = 1$  일 때  $y = 2$ ,  $x = -1$  일 때  $y = -2$

그러므로  $x, y$ 의 값은  $x = \pm 1, y = \pm 2$ (복부호 동순)

따라서  $x, y$ 의 합은  $-3, 3$

18. 방정식  $2xy-4x-y=4$ 를 만족하는 양의 정수  $x, y$ 를 구하면  $\begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \end{cases}$ ,

$$\begin{cases} x = \gamma \\ y = \delta \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

### 해설

주어진 식을 변형하면  $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서  $x, y$ 가 양의 정수이므로

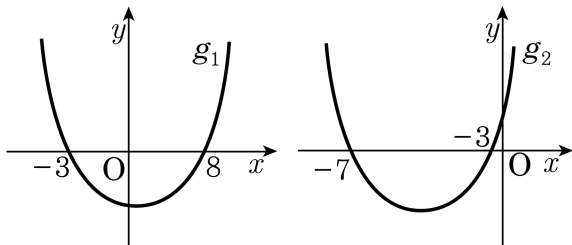
$2x-1, y-2$ 도 각각 정수이고 특히  $2x-1$ 은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma + \delta = 15$$

19. 이차함수  $y = x^2 + ax + b$  를 갑은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프  $g_1$  을, 을은 상수항을 잘못 보고 그래프  $g_2$  를 그렸다. 이 때,  $x^2 + ax + b < 0$  을 만족하는 정수  $x$  의 개수를 구하여라.



▶ 답 :      개

▷ 정답 : 13 개

### 해설

갑은 상수항을 바르게 보았으므로

$g_1$  의 상수항  $b = -24$  ( $\because$  두 근의 곱)

을은 일차항의 계수를 바르게 보았으므로

$g_2$  의 일차항  $a = 10$

( $\because$  대칭축의 방정식은  $x = -\frac{a}{2} = -5$ )

이 때,  $x^2 + ax + b < 0$  에  $a, b$  를 대입하면

$x^2 + 10x - 24 < 0$ ,  $(x + 12)(x - 2) < 0$

$\therefore -12 < x < 2$

따라서 만족하는 정수는 13 (개)

20.  $x$ 에 관한 방정식  $x^2 - 2kx + (k^2 - k) = 0$ 이 실근  $\alpha, \beta$ 를 갖고  $(\alpha - \beta)^2 \leq 16$ 이 성립하기 위한 실수  $k$ 의 범위를 구하면?

①  $-1 \leq k \leq 4$

②  $-1 \leq k \leq 5$

③  $0 \leq k \leq 4$

④  $0 \leq k \leq 5$

⑤  $-2 \leq k \leq 2$

해설

i) 실근을 가지므로

$$D \geq 0 \text{에서 } k \geq 0 \dots \textcircled{1}$$

ii)  $(\alpha - \beta)^2 \leq 16$ 에서

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \leq 16$$

$$(2k)^2 - 4(k^2 - k) \leq 16$$

$$\therefore k \leq 4 \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 0 \leq k \leq 4$$

21.  $-1 < x < 3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 이차부등식  $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값을 구하여라.

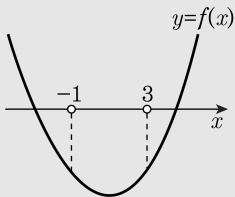
▶ 답 :

▷ 정답 :  $-3$

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$  라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이  $f(-1) \leq 0$ ,  $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i)  $f(-1) \leq 0$  에서  $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$ ,  $k+3 \leq 0$   
 $\therefore k \leq -3$

(ii)  $f(3) \leq 0$  에서  $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$ ,  $9k+3 \leq 0$   
 $\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서  $k \leq -3$

따라서, 실수  $k$ 의 최댓값은  $-3$ 이다.

22. 자연수  $n$ 에 대해  $x = \left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^{2n} + \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n}$  라 하자.  $x$ 가 될 수 있는 모든 수의 합을 구하면?

①  $2i$

②  $-2i$

③  $0$

④  $2$

⑤  $-2$

해설

$$\begin{aligned} x &= \left\{ \left( \frac{\sqrt{2}}{1+i} \right)^2 \right\}^n + \left\{ \left( \frac{\sqrt{2}}{1-i} \right)^2 \right\}^n \\ &= \left( \frac{2}{2i} \right)^n + \left( \frac{2}{-2i} \right)^n \\ &= \left( \frac{1}{i} \right)^n + \left( -\frac{1}{i} \right)^n = (-i)^n + i^n \end{aligned}$$

$i^n$  은  $n = 4k$ ,  $n = 4k + 1$ ,  $n = 4k + 2$ ,  $n = 4k + 3$  인 경우에 따라 각각 달라지므로 ( $k$  는 자연수)

(i)  $n = 4k$  이면  $x = 1 + 1 = 2$

(ii)  $n = 4k + 1$  이면  $x = -i + i = 0$

(iii)  $n = 4k + 2$  이면  $x = -1 - 1 = -2$

(iv)  $n = 4k + 3$  이면  $x = i - i = 0$

$\therefore x = 2, 0, -2$

따라서,  $x$ 가 될 수 있는 모든 수의 합은 0

23. 복소수  $z$  에 대하여 다음 보기 중 항상 실수인 것을 모두 고르면?(단,  $\bar{z}$  는  $z$  의 켤레복소수이고  $z \neq 0$  이다)

㉠  $z + \bar{z}$

㉡  $z\bar{z}$

㉢  $(z - \bar{z})^2$

㉤  $\frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}}$

㉦  $\frac{\bar{z}}{z}$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥, ㉦

해설

$$z = a + bi \text{ 라 하자 } \Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

$$\text{㉠ } z + \bar{z} = 2a$$

$$\text{㉡ } z\bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

$$\text{㉢ } (z - \bar{z})^2 = (2bi)^2 = -4b^2$$

$$\text{㉤ } \frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2} - \frac{a + bi}{a^2 + b^2} = \frac{-2bi}{a^2 + b^2}$$

$$\text{㉦ } \frac{\bar{z}}{z} = \frac{(a - bi)^2}{a^2 + b^2}$$

24. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $(k-1)x^2 + 2(k-1)x + 1 > 0$ 이 항상 성립할 때,  $k$ 의 범위를 구하면?

①  $k < 1, k > 2$

②  $1 < k < 2$

③  $-2 \leq k \leq 2$

④  $k \leq 1, k > 2$

⑤  $1 \leq k < 2$

### 해설

i)  $k \neq 1$ 일 때, 주어진 부등식이 성립하려면  
판별식이 0보다 작아야 한다

$$D' = (k-1)^2 - (k-1) < 0$$

$$\Rightarrow (k-1)(k-2) < 0$$

$$\Rightarrow 1 < k < 2$$

ii)  $k = 1 \Rightarrow 1 > 0$  성립

$\therefore k$ 의 범위 :  $1 \leq k < 2$

25. 두 부등식  $x^2 - 2x - 3 > 0$ ,

$x^2 + ax + b \leq 0$ 에 대하여

두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는  $x$ 의 값은 실수 전체이고, 두 부등식을 동시에 만족하는  $x$ 의 값은  $3 < x \leq 4$ 일 때,  $a + b$ 의 값을 구하면?

① -6

② -7

③ -8

④ -9

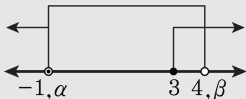
⑤ -10

해설

$$(x+1)(x-3) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3$$

$$x^2 + ax + b \leq 0 \Rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \text{ 라 하자}$$

주어진 조건을 만족하려면



$$\therefore \alpha = -1, \beta = 4$$

$$(x+1)(x-4) = x^2 - 3x - 4$$

$$a = -3, b = -4$$

$$\therefore a + b = -7$$