1. 다음 등식을 만족하는 실수 $x,\ y$에 대하여 $x-y$의 값을 구하면?

$$(1+2i)x+(1+i)y=1+3i$$

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$(x+y)+(2x+y)i=1+3i$
$x+y=1,\ 2x+y=3$
$x=2,\ y=-1$

2. $(3+2i)-(3-2i)$ 를 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $4i$

해설

실수부는 실수부끼리, 허수부는 허수부끼리 계산해야 한다.
즉, 실수부는 0이 되고, 허수부는 $4i$ 가 되므로 답은 $4i$ 이다.

3. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① i ② $-i$ ③ $1 + i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$i^2 = -1,\ i^3 = i^2 \times i = -i,\ i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$
$i^5 = i^4 \times i = i$
$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$
$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$

4. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근을 a, b라 할 때, a^2+b^2의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$a+b=3,\ ab=1$이므로

$\therefore\ (a^2+b^2)=(a+b)^2-2ab=3^2-2\cdot 1=7$

5. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$의 두 근의 비가 2 : 3이 되도록 상수 k의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

주어진 방정식의 한 근을 2α라 하면
다른 한 근은 3α가 되므로

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\alpha = 10 & \cdots\cdots ① \\ 2\alpha \times 3\alpha = k & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①, ②를 풀면
$\alpha = 2,\ k = 6 \times 2^2 = 24$

6. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

① $k > 2,\ k < -1$ ② $k > 3,\ k < -1$ ③ $k > 1,\ k < -1$

④ $k > 3,\ k < -2$ ⑤ $k > 3,\ k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1-k)x + 1 = 0$ 에서
$\mathrm{D} = (1-\mathrm{k})^2 - 4 > 0$
$k^2 - 2k - 3 = (k-3)(k+1) > 0$
$\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

7. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 7 (-3 \le x \le 1)$ 의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, $a + b$의 값을 구하면?

① 4 ② 7 ③ 8 ④ 11 ⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x+1)^2 + 8$이므로
꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$이고, 위로 볼록한 포물선이다.
주어진 구간의 양 끝값을 구하면,
$x = -3$일 때 $y = -(-3+1)^2 + 8 = 4$
$x = 1$일 때 $y = -(1+1)^2 + 8 = 4$이다.
따라서 최댓값 $a = 8$이고, 최솟값 $b = 4$이므로 $a + b = 12$

8. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x+ay=10 \\ x-y=b \end{cases}$$

의 해가 $x=2,\ y=-3$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$x=2,\ y=-3$을
두 방정식
$2x+ay=10,\ x-y=b$에 대입하면
모두 성립시키므로 $4-3a=10$
$\therefore\ a=-2$
$2-(-3)=b$
$\therefore\ b=5$
$\therefore\ a+b=3$

9. 부등식 $|x-1|+|x+2|<9$를 만족하는 정수 x의 개수는?

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(ⅰ) $x<-2$일 때

$-(x-1)-(x+2)<9$

$-x+1-x-2<9,\ x>-5$

$\therefore -5<x<2$

(ⅱ) $-2\le x<1$일 때

$-(x+1)+x+2<9,\ -x+1+x+2<9$

$0\cdot x<6$이므로 $-2\le x<1$인 범위의 모든 x는 주어진 부등식의 해가 된다.

$\therefore -2\le x<1$

(ⅲ) $x\ge 1$일 때,

$(x-1)+(x+2)<9,\ x<4$

$\therefore 1\le x<4$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 해는 $-5<x<4$

따라서 정수는 8개

10. 이차방정식 $x^2+(m+1)x+m+4=0$이 중근을 가질 때, 모든 실수 m의 값의 합을 구하면?

① -3 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

중근을 가지므로, 판별식 $D=0$

$D=(m+1)^2-4\cdot1\cdot(m+4)=m^2-2m-15=0$

$(m-5)(m+3)=0 \quad \therefore\ m=-3,\ 5$

$\therefore$ m의 값의 합은 $-3+5=2$

11. 이차방정식 $x^2+2x+k-3=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k의 최대값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.
$D' = 1^2-(k-3) > 0$
$\therefore\ k < 4$
$\therefore$최댓값은 3 ($\because$ k는 정수)

12. 이차방정식 $x^2+2(k-a)x+k^2+a^2+b-2=0$이 실수 k의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\frac{D}{4}=(k-a)^2-(k^2+a^2+b-2)=0$

$\therefore\ -2ka-b+2=0$

이 식은 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

k에 대한 항등식이다.

$a=0,\ b=2$

$\therefore\ a+b=2$

13. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$가 $x = 1$에서 최솟값 1을 가지고 $f(2) = 3$을 만족시킬 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a + b + c$의 값은?

① -4 ② -3 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

해설

$f(x) = a(x-1)^2 + 1$ 에서 $f(2) = 3$ 이므로
$a + 1 = 3 \quad \therefore a = 2$
즉, $f(x) = 2(x-1)^2 + 1 = 2x^2 - 4x + 3$ 이므로
$b = -4,\ c = 3$
$\therefore a + b + c = 2 - 4 + 3 = 1$

14. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x+2y=8 \cdots\cdots ㉠ \\ 2y+3z=9 \cdots\cdots ㉡ \\ 3z+x=5 \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=2$

▷ 정답 : $y=3$

▷ 정답 : $z=1$

해설

㉠ + ㉡ + ㉢에서 $x+2y+3z=11 \cdots\cdots ㉣$
㉣ − ㉠에서 $3z=3 \therefore z=1$
㉣ − ㉡에서 $x=2$
㉣ − ㉢ 에서 $y=3$

15. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=1 \\ xy-y^2=6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x=p,\ y=q$ 또는 $x=r,\ y=s$ 이다. $p+q+r+s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$\begin{cases} x-2y=1 & \cdots ㉠ \\ xy-y^2=6 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=2y+1$ ……㉢

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$y^2+y-6=0(y-2)(y+3)=0$

$\therefore\ y=2,\ -3$

$y=2,\ y=-3$ 을 ㉢에 대입하면

각각 $x=5,\ x=-5$

$\therefore\ x=5,\ y=2$ 또는 $x=-5,\ y=-3$

16. $2 \le x \le 5,\ 1 \le y \le a$ 일 때, $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되기 위한 실수 a 의 최솟값은? (단, $a \ge 1$)

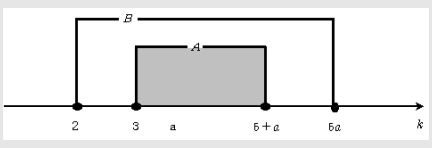
① 1 ② $\frac{8}{7}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$3 \le x+y \le 5+a,\ 2 \le xy \le 5a$ 이므로

$3 \le x+y \le 5+a,$

이때 $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되려면 다음 수직선에서



$5+a \le 5a$ 이어야 하므로 $4a \ge 5$

$\therefore a \ge \frac{5}{4}$

17. 모든 실수 x, y에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$이 항상 성립하려면 다음 중 어떤 조건을 만족해야 하는가?

① $p < q$　② $p^2 \leq q$　③ $p \leq q^2$
④ $p^2 \leq 4q$　⑤ $p^2 \geq 4q^2$

해설

모든 실수 x, y에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$이 항상 성립하려면
x에 대한 이차방정식 $x^2 + pxy + qy^2 = 0$의 판별식을 D라 할 때
$D = (py)^2 - 4qy^2 \leq 0$
$(p^2 - 4q)y^2 \leq 0 \cdots$㉠
㉠이 모든 실수 y에 대하여 성립하려면
$p^2 - 4q \leq 0$이어야 한다.
$\therefore p^2 \leq 4q$

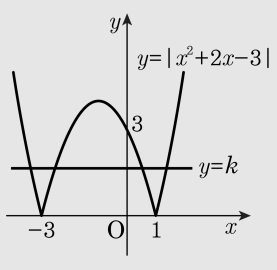
18. x에 대한 방정식 $|x^2+2x-3|=k$가 양의 근 2개와 음의 근 2개를 갖도록 하는 상수 k의 값의 범위는?

① $k \geq 3$　② $k > 4$　③ $3 \leq k < 4$

④ $0 < k < 3$　⑤ $0 < k < 4$

해설

방정식 $|x^2+2x-3|=k$의 근은
두 함수 $y=|x^2+2x-3|$, $y=k$의
그래프의 교점의 x좌표와 같다.
따라서 그림에서 교점의 x좌표가 양수 2개,
음수 2개가 되려면 $0 < k < 3$



19. 방정식 $2x^3-3x^2+6=0$의 세 근을 α, β, r라 할 때, $(\sqrt{2}-\alpha)(\sqrt{2}-\beta)(\sqrt{2}-r)$의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$2x^3-3x^2+6=0$의 세 근이 α, β, r이므로

$2x^3-3x^2+6=2(x-\alpha)(x-\beta)(x-r)$

양변에 $\sqrt{2}$를 대입하면

$4\sqrt{2}-6+6$

$=2(\sqrt{2}-\alpha)(\sqrt{2}-\beta)(\sqrt{2}-r)$

$\therefore\ (\sqrt{2}-\alpha)(\sqrt{2}-\beta)(\sqrt{2}-r)=2\sqrt{2}$

20. 연립방정식 $\begin{cases} xy+2yz=8 \\ yz+2zx=15 \\ zx+2xy=10 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y, z에 대하여 $x^2+y^2+z^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$xy+2yz=8 \quad \cdots$㉠
$yz+2zx=15 \cdots$㉡
$zx+2xy=10 \cdots$㉢
㉠ + ㉡ + ㉢하면 $3(xy+yz+zx)=33$
$xy+yz+zx=11 \quad \cdots$㉣
㉠ − ㉣하면 $yz-zx=-3 \quad \cdots$㉤
㉢ − ㉤하면 $3zx=18$
$zx=6 \cdots$㉥
$xy=2 \cdots$㉦
$yz=3 \cdots$㉧
㉥ × ㉦ × ㉧하면 $(xyz)^2=36$
$xyz=\pm 6$
$\therefore\ x=\pm 2, y=\pm 1, z=\pm 3$ (복호동순이 아님)
$\therefore\ x^2+y^2+z^2=4+1+9=14$

21. 집과 A 정류장 사이의 거리를 x m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 y m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나)를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

> (가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.
> (나) 다음 날은 집에서 어제 걸어간 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

① (가)$25x+3y=10500$, (나)$x+y=1680$

② (가)$25x+3y=10500$, (나)$x+y=3360$

③ (가)$25x+3y=15000$, (나)$x+y=1680$

④ (가)$25x+3y=15000$, (나)$x+y=3360$

⑤ (가)$25x+3y=15000$, (나)$x+y=1680$

해설

시속 30 km ⇒ 분속 500 m

(가) $\frac{x}{60}+3+\frac{y}{500}=10$, $\frac{x}{60}+\frac{y}{500}=7$

$\therefore\ 25x+3y=10500$

(나) $\frac{x+y}{60}=28$

$\therefore\ x+y=1680$

22. 학교운동장에 길이가 70 m 인 줄을 가지고 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 경계선을 표시하려고 한다. 이 때, 바깥 직사각형의 넓이가 80 m^2 이 되도록 하는 바깥 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은? (단, 가로의 길이는 10 m 이하이다.)

① 16 m ② 17 m ③ 18 m ④ 19 m ⑤ 20 m

해설

운동장의 가로를 x , 세로를 y 라 하자.
$3x + 5y = 70$
$xy = 80$ 연립하여 풀면, $x = 10,\ y = 8$
$\therefore$ 가로+세로= 18

23. 부등식 $|x^2-5x+5| \le 1$을 만족하는 정수 x의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$|x^2-5x+5| \le 1$

$\Rightarrow \quad x^2-5x+5 \ge -1, \quad x^2-5x+5 \le 1$

i) $x^2-5x+5 \ge -1$

$x^2-5x+6 \ge 0$

$\Rightarrow \quad (x-2)(x-3) \ge 0$

$\Rightarrow \quad x \le 2$ 또는 $x \ge 3$

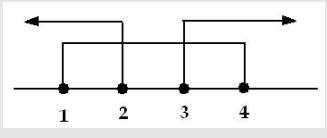
ii) $x^2-5x+5 \le 1$

$x^2-5x+4 \le 0$

$\Rightarrow \quad (x-1)(x-4) \le 0$

$\Rightarrow \quad 1 \le x \le 4$

공통부분을 구하면,



$\Rightarrow \quad 1 \le x \le 2$ 또는 $3 \le x \le 4$

$\therefore \quad x = 1, 2, 3, 4$

24. 부등식 $ax^2+5x+b>0$ 을 풀어서 $2<x<3$ 이라는 해가 구해졌다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab=6$

해설

$ax^2+5x+b>0$ ·····㉠
해가 $2<x<3$ 이 되는 이차부등식은
$(x-2)(x-3)<0$ 전개하면
$x^2-5x+6<0$ ·····㉡
㉠과 일차항의 계수를 맞추기위해
양변에 -1 을 곱하면
$-x^2+5x-6>0$ ·····㉢
㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a=-1$, $b=-6$

25. 이차방정식 $x^2 - 2(m-4)x + 2m = 0$ 의 근에 대하여 다음 조건을 만족하도록 실수 m 의 값의 범위를 차례로 정한 것은 보기 중 어느 것인가?

보기

(i) 두 근이 모두 2보다 크다.
(ii) 2가 두 근 사이에 있다.

① $8 \le m < 10$, $m > 10$
② $8 \le m < 10$, $m > 8$
③ $-10 \le m < 10$, $m > 10$
④ $-10 \le m < 10$, $m > 8$
⑤ $8 \le m < 10$, $m > 12$

해설

(i) 경계값 $x = 2$ 에서

$f(2) > 0$
축의 위치 $m - 4 > 2$
판별식 $D \ge 0$
$\therefore\ 8 \le m < 10$

(ii)

$f(2) < 0$ 이기만 하면 된다.
$\therefore\ m > 10$