1. $(x-3)+(y-2)i=2+5i$를 만족하는 실수 $x,\ y$에 대하여 $2x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 10 ② 12 ③ 15 ④ 17 ⑤ 20

해설

$x-3=2,\ y-2=5$

$\therefore\ x=5,\ y=7$

$\therefore\ 2x+y=17$

2. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면

$(x - 3)^2 = (2i)^2$ $\therefore$ $x^2 - 6x = -13$

$x^2 - 6x - 10 = -13 - 10 = -23$

$\therefore$ -23

3. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3}\times\sqrt{-4}=-\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3}\times\sqrt{-4}=\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3}\times\sqrt{4}=-\sqrt{12}$

④ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}}=-\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}}=-\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3}\times\sqrt{-4}=\sqrt{3}i\times\sqrt{4}i=-\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3}\times\sqrt{4}=\sqrt{3}i\times\sqrt{4}=\sqrt{12}i$

④ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}}=\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}}=\sqrt{\dfrac{3}{4}}i$

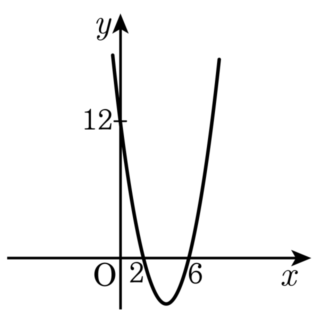
4. 이차방정식 $(x-1)(x+3)=7$ 의 해는?

① $\frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$　② $\frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$　③ $-2 \pm \sqrt{11}$
④ $-1 \pm \sqrt{11}$　⑤ $1 \pm \sqrt{11}$

해설

$(x-1)(x+3)=7$, $x^2+2x-3-7=0$,
$x^2+2x-10=0$
근의 공식에 의해 $x=-1 \pm \sqrt{1^2+10}=-1 \pm \sqrt{11}$

5. 다음은 이차함수 $y = (x-2)(x-6)$ 의 그래프이다.



이 이차함수가 x축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $(x-2)(x-6) = 0$ 에서 $x = 2$ 또는 $x = 6$
따라서 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(6,\ 0)$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = 4$

6. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ 에서
$x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

7. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x + 5(2 \le x \le 5)$의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, ab의 값을 구하면?

① 1　② 4　③ 9　④ 16　⑤ 25

해설

$y = 2x^2 - 6x + 5 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 5$

$= 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$이므로

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$이고

아래로 볼록한 포물선이다.

꼭짓점이 주어진 구간 안에 포함되지 않으므로 최댓값, 최솟값은 주어진 구간의 양끝값이 된다.

$x = 2$일 때 $y = 2\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 1$

$x = 5$일 때 $y = 2\left(5 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 25$

따라서 최댓값 $a = 25$이고, 최솟값 $b = 1$이므로 $ab = 25$

8. 두 실수 a, b에 대하여 부등식 $ax > b$의 해가 $x < -2$ 일 때, 부등식 $bx > 2a + 4b$의 해는?

① $x > 0$　② $x > 1$　③ $x > 2$　④ $x > 3$　⑤ $x > 4$

해설

부등식 $ax > b$의 해가 $x < -2$로 부등호의 방향이 바뀌었으므로
$a < 0$
이때, $x < \frac{b}{a}$에서 $\frac{b}{a} = -2 \therefore b = -2a$
따라서 $bx > 2a + 4b$ 에서 $b = -2a$ 를 대입하면
$-2ax > 2a + 4 \cdot (-2a)$
$-2ax > -6a$
$a < 0$에서 $-2a > 0$이므로
$x > \frac{-6a}{-2a} \therefore x > 3$

9. 부등식 $|x-2| \le 2x-1$을 풀면?

① $x \ge 2$ ② $x \ge -1$ ③ $1 \le x < 2$
④ $x \ge 1$ ⑤ $x < 2$

해설

(ⅰ) $x < 2$인 경우
$-x+2 \le 2x-1$
$3 \le 3x$, $1 \le x$
이 범위에서의 해는 $1 \le x < 2$이다.
(ⅱ) $x \ge 2$인 경우
$x-2 \le 2x-1$
$-1 \le x$
이 범위에서 해는 $x \ge 2$이다.
따라서 x의 범위는 $x \ge 1$이다.

10. $z_1 = 1 - i, z_2 = 1 + i$ 일 때, $z_1^3 + z_2^3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $4-2i$ ② 0 ③ 20
④ $-2+4i$ ⑤ -4

해설
$z_1 + z_2 = 2,\ z_1 z_2 = 2$
$$\begin{aligned} z_1^3 + z_2^3 &= (z_1+z_2)^3 - 3z_1z_2(z_1+z_2) \\ &= 8 - 12 \\ &= -4 \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $x^2 - px + 2p + 1 = 0$이 중근을 갖도록 하는 실수 p의 값을 모두 곱하면?

① -8　　② -4　　③ 1　　④ 4　　⑤ 8

해설

$D = p^2 - 4(2p+1)$

$\quad = p^2 - 8p - 4 = 0$

판별식으로부터 나온 p에 대한 방정식의 근들이 주어진 식이 중근을 갖게 하므로

실수 p 값들의 곱은 근과 계수의 관계에서 -4이다.

12. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

2	1	−1	1	−6
		2	2	6
	1	1	3	0

위의 조립제법에서 $f(x) = (x-2)(x^2+x+3)$ 이므로 주어진 방정식은$(x-2)(x^2+x+3) = 0$

$\therefore x = 2$, $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$

두 허근의 합은 -1

13. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$에서

$x^2 = t$로 놓으면

$t^2 - 13t + 36 = 0$, $(t-4)(t-9) = 0$

$\therefore\ t = 4$ 또는 $t = 9$

(ⅰ) $t = 4$일 때, $x^2 = 4$

$\therefore\ x = \pm 2$

(ⅱ) $t = 9$일 때, $x^2 = 9$

$\therefore\ x = \pm 3$

따라서 모든 해의 합은

$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

14. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2y+3z=-2 & \cdots\cdots ㉡ \\ 3z+x=-5 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$ 를 풀면 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 이다.
이때, $\alpha\beta\gamma$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 세 식을 변변끼리 더하면
$2(x+2y+3z)=-2$,즉 $x+2y+3z=-1$ $\cdots\cdots$㉣
㉣ − ㉡을 하면 $x=1$
㉣ − ㉢을 하면 $y=2$
㉣ − ㉠을 하면 $z=-2$
$\therefore\ \alpha\beta\gamma=xyz=-4$

15. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 의 해를 순서쌍 (x, y) 으로 나타내면?

① $(2, 1)$　② $(\sqrt{2}+1,\ \sqrt{2})$　③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$
④ $(\sqrt{3}, 1)$　⑤ $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$

해설

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \ \cdots \ ㉠ \\ x - y = 1 \ \cdots \ ㉡ \end{cases}$

㉡을 $y = x - 1$로 변형하여
㉠에 대입하면
$x^2 - (x-1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$
$2x = 3$
$\therefore\ x = \frac{3}{2},\ y = \frac{1}{2}$

16. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\frac{a-7}{2}$ 또는 $x>\frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\frac{a-7}{2}=-1$, $\frac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5$, $b=6$

$\therefore a+b=11$

17. 모든 실수 x에 대하여 $x^2 + ax + a$가 -3보다 항상 크기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $-4 < a < 3$　　② $-2 < a < 4$　　③ $-2 < a < 6$

④ $2 < a < 4$　　⑤ $2 < a < 6$

해설

$x^2 + ax + a > -3, x^2 + ax + (a+3) > 0$
모든 실수 x에 대하여 성립하려면
이차방정식 $x^2 + ax + (a+3) = 0$의 판별식을
D라 할 때,
$D < 0$이어야 하므로
$D = a^2 - 4(a+3) < 0$
$a^2 - 4a - 12 < 0, (a-6)(a+2) < 0$
$\therefore -2 < a < 6$

18. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \overline{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 를 정리하면
$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3+2k)i$
이것이 순허수이려면 $3k = 0,\ 3 + 2k \neq 0$
$k = 0$ 이므로 $z = 3i,\ \overline{z} = -3i$
$\therefore z \cdot \overline{z} = 3i \cdot -3i = 9$

19. x에 관한 이차방정식 $x^2 + 2(m+a+2)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$이 m의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 상수의 a, b의 값을 정할 때. $a+b$의 값은?

① 0　　② 4　　③ 2　　④ −1　　⑤ −3

해설

중근 : $\dfrac{D}{4} = 0$

m값에 관계없이 성립 : m에 대한 항등식

$\dfrac{D}{4} = (a+m+2)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$

$m \cdot (2a+4) + (4+4a+2b) = 0$

$2a + 4 = 0, \quad a = -2$

$4 + 4a + 2b = 0, \quad b = 2$

$\therefore\ a + b = 0$

20. 직선 $y = mx - 1$은 곡선 $y = x^2 + x$와 서로 다른 두 점에서 만나고, 곡선 $y = x^2 - x$와는 만나지 않는다고 한다. 이때, 실수 m의 값의 범위는?

① $1 < m < 3$　　② $-1 < m < 3$　　③ $-1 < m < 1$

④ $-3 < m < 1$　　⑤ $-3 < m < -1$

해설

(i) 직선 $y = mx - 1$ 과 곡선 $y = x^2 + x$ 가
서로 다른 두 점에서 만나므로
이차방정식 $x^2 + (1 - m)x + 1 = 0$의 판별식을 D_1 이라하면
$D_1 = (1 - m)^2 - 4 > 0$에서 $m^2 - 2m - 3 > 0$
$\therefore m < -1$ 또는 $m > 3 \cdots$ ㉠

(ii) 직선 $y = mx - 1$과 곡선 $y = x^2 - x$는 만나지 않으므로
이차방정식 $x^2 - (m + 1)x + 1 = 0$의 판별식을 D_2 라 하면
$D_2 = (m + 1)^2 - 4 < 0$에서 $m^2 + 2m - 3 < 0$
$\therefore -3 < m < 1 \cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡의 공통범위를 구하면
$-3 < m < -1$

21. 다음을 읽고 물음에 답하여라.

> 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$ $(a,b,c$는 실수$)$ 에서 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 라 두고 $x=1+2i$를 대입하면 $f(1+2i)=(1+2i)^3+a(1+2i)^2+b(1+2i)+c=0$ 이 된다. 이것을 전개하여 정리하면 $(-11-3a+b+c)+(-2+4a+2b)i=0$
> a,b,c 가 실수이므로 이제 $x=1-2i$ 를 대입하면 $f(1-2i)=(1-2i)^3+a(1-2i)^2+b(1-2i)+c=(-11-3a+b+c)-(-2+4a+2b)i=0$
> 따라서 (　　(가)　　)

(가) 에 들어갈 말로 가장 알맞는 것을 고르면?

① 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$ $(a,\ b,\ c$ 는 실수$)$ 의 한 근이 $1+2i$ 이면, $1-2i$ 도 근임을 알 수 있다.
② 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$ $(a,\ b,\ c$ 는 실수$)$ 의 한 근이 $1-2i$ 이면, $1+2i$ 도 근임을 알 수 있다.
③ 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$ $(a,\ b,\ c$ 는 실수$)$ 의 한 근이 $1+2i$ 라고 해서, 반드시 $1-2i$ 가 근이 되는 것은 아니다.
④ 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$ $(a,\ b,\ c$ 는 실수$)$ 의 한 근이 $1-2i$ 라고 해서, 반드시 $1+2i$ 가 근이 되는 것은 아니다.
⑤ 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$ $(a,\ b,\ c$ 는 실수$)$ 은 반드시 하나의 실근을 가진다.

해설

$x=1+2i$ 를 대입한 결과와 $x=1-2i$를 대입한 결과가 같다.

22. $x^2+x+1=0$일 때 $\dfrac{x^{10}+1}{x^2}$의 값을 구하여라?

① 1 ② 2 ③ 0 ④ −2 ⑤ −1

해설

$x^2+x+1=0$

$(x-1)(x^2+x+1)=0$

$x^3-1=0 \;\Rightarrow\; \dfrac{x^{10}+1}{x^2}$

$=\dfrac{(x^3)^3x+1}{x^2}$

$=\dfrac{x+1}{x^2}=\dfrac{-x^2}{x^2}$

$=-1$

$(\because\; x^2+x+1=0)$

23. 두 다항식 $f(x)=x^3-5, g(x)=x^3+3x+1$에 대하여 $f(x)=0$의 세 근을 α,β,γ라고 할 때, $g(\alpha)g(\beta)g(\gamma)$의 값은?

① 350　② 351　③ 352　④ 353　⑤ 354

해설

$f(x)=0$의 세 근이 α,β,γ 라고 하면 $\alpha^3=5,\beta^3=5,\gamma^3=5$ 이다.
$g(\alpha)=\alpha^3+3\alpha+1=3\alpha+6$, $g(\beta)=\beta^3+3\beta+1=3\beta+6$, $g(\gamma)=\gamma^3+3\gamma+1=3\gamma+6$ $g(\alpha)g(\beta)g(\gamma)$
$=(3\alpha+6)(3\beta+6)(3\gamma+6)=351$ ($\because \alpha+\beta+\gamma=0$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=0$, $\alpha\beta\gamma=5$)

24. 부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $-1-\sqrt{5}<x<-1+\sqrt{5}$ 일 때 부등식 $cx^2-2bx-a<0$ 의 해는?

① $1<x<2$　　② $2<x<4$　　③ $3<x<5$

④ 모든 실수　　⑤ 해는 없다

해설

$ax^2+bx+c>0$ 의 해가

$-1-\sqrt{5}<x<-1+\sqrt{5}$ 이므로 $a<0$

해가 $-1-\sqrt{5}<x<-1+\sqrt{5}$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은

$\left\{x-(-1-\sqrt{5})\right\}\left\{x-(-1+\sqrt{5})\right\}<0$

$x^2+2x-4<0$

양변에 a 를 곱하면 $ax^2+2ax-4a>0$

$\therefore b=2a, c=-4a\cdots$(가)

(가)를 $cx^2-2bx-a<0$ 에 대입하면

$-4ax^2-4ax-a<0$

$4x^2+4x+1<0, (2x+1)^2<0$

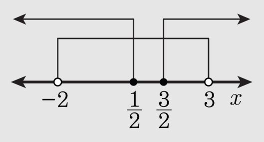
$\therefore$ 해는 없다.

25. 다음 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 또는 $c \leq x < d$일 때 $a + b + c + d$의 값은?

① -2 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \rightarrow -2 < x < 3 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{1}{2}, x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$



$-2 < x \leq \frac{1}{2}$, $\frac{3}{2} \leq x < 3$

$a = -2$, $b = \frac{1}{2}$, $c = \frac{3}{2}$, $d = 3$

$\therefore a + b + c + d = 3$