

1. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.

② a^2 의 제곱근은 a 이다.

③ \sqrt{a} 는 제곱근 a 와 같다.

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 \sqrt{a} 이다.

⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.

② a^2 의 제곱근은 $\pm a$

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

2. 다음 중 제곱수가 아닌 것 모두 고르면?

① 36

② 49

③ -1

④ 225

⑤ 50

해설

③ 제곱해서 -1 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 -1 은 제곱수가 아니다.

⑤ 제곱해서 50 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 50 은 제곱수가 아니다.

3. 다음 중 옳은 것은?

① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$

② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = a-b$

③ 음수의 제곱근은 음수이다.

④ 0의 제곱근은 0이다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = -5$

해설

① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = -a$

② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = -(a-b) = b-a$

③ 음수의 제곱근은 없다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

4. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$$a = -\sqrt{5}, b = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2}$$

$$= \sqrt{-(-\sqrt{5})^2 + 3(\sqrt{2})^2}$$

$$- \sqrt{\left\{ (-\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{2})^2 \right\}^2}$$

$$= \sqrt{-5 + 6} - \sqrt{(5 \times 2)^2}$$

$$= 1 - 10 = -9$$

5. 실수 x, k 에 대하여 $\sqrt{(x+k)^2} + \sqrt{(x-k)^2} = 2k$ 가 k 의 값에 관계 없이 항상 성립하기 위한 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-k < x < k$

해설

$$\sqrt{(x+k)^2} + \sqrt{(x-k)^2} = 2k \text{에서}$$

$|x+k| + |x-k| = 2k$ 가 되려면

$x+k > 0, x-k < 0$ 이다.

$$\therefore -k < x < k$$

6. n 이 양의 정수일 때, $\sqrt{72n}$ 이 정수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리의 수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $n = 18$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{72n} &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times n} \\ &= \sqrt{(2 \times 3)^2 \times 2 \times n}\end{aligned}$$

$$\therefore n = 2 \times 3^2 = 18$$

7. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 2 ㉡ 9 ㉢ 12 ㉣ 15 ㉤ 16
㉥ 18

① ㉠, ㉢, ㉣

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉥

④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

㉢ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉣ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉤ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

8. $-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$, $2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 를 만족하는 정수 x, y 에 대해 $y - x$ 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 56

해설

$y - x$ 의 값의 최댓값은 y 가 최대일 때, x 가 최소일 때이다.

$-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$ 이 성립하는 정수 x 의 최솟값은 -6

$2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 을 정리하면 $8 < \frac{y}{2} \leq 25$, 즉 $16 < y \leq 50$

이므로 정수 y 의 최댓값은 50

따라서 $y - x$ 의 최댓값은 $50 - (-6) = 56$ 이다.

9. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

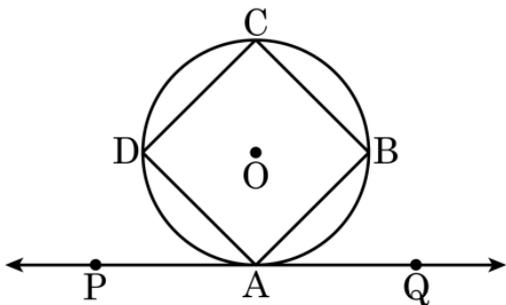
10. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 뜻으로 옳은 것은?

- ① $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수
- ② $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 있는 수
- ③ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 없는 수
- ④ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 있는 수
- ⑤ $\frac{b}{a}$ ($b \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수이다.

12. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD와 선분 DB를 지름으로 하는 원 O에서 $\overline{AD} = \overline{PA}$, $\overline{AB} = \overline{AQ}$ 이고 원 O의 넓이는 18π 일 때, \overline{PQ} 를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12π

해설

□ABCD의 대각선의 길이는 원의 지름에 해당하고 원의 넓이가 18π 이므로

대각선의 길이는 $6\sqrt{2}$ 이다.

따라서 □ABCD의 한 변의 길이는 6이 되고 선분 PQ의 길이는 12가 된다.

따라서 선분 PQ를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이는 $12 \times \pi = 12\pi$ 이다.

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① -2 와 2 사이에는 정수가 3 개 있다.
- ② 두 자연수 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ③ $\frac{1}{7}$ 은 순환하는 무한소수이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{8}$ 사이에는 무리수가 4 개 있다.
- ⑤ $\sqrt{7}$ 과 5 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

해설

④ 무수히 많은 무리수가 있다.

14. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{2} < 2$

② $-\sqrt{3} > -\sqrt{5}$

③ $\sqrt{8} < 3$

④ $\sqrt{0.1} < 0.1$

⑤ $3 < \sqrt{10}$

해설

① $\sqrt{2} < \sqrt{4}$

② $\sqrt{3} < \sqrt{5}$

③ $\sqrt{8} < \sqrt{9}$

④ $\sqrt{0.1} > \sqrt{0.01}$

⑤ $\sqrt{9} < \sqrt{10}$

15. $\sqrt{3000}$ 은 $\sqrt{30}$ 의 A 배이고, $\sqrt{5000}$ 은 $\sqrt{0.5}$ 의 B 배일 때, $A + B$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 100

④ 110

⑤ 1100

해설

$$\sqrt{3000} = \sqrt{30 \times 10^2} = 10\sqrt{30}$$

$$\therefore A = 10$$

$$\sqrt{5000} = \sqrt{0.5 \times 100^2} = 100\sqrt{0.5}$$

$$\therefore B = 100$$

$$\therefore A + B = 10 + 100 = 110$$

16. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

① 60

② 54

③ $\frac{54}{5}$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

17. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 라 할 때, $\sqrt{72}$ 를 a , b 를 써서 나타내면?

① a^3b^2

② a^2b^3

③ a^3b

④ a^2b^2

⑤ ab^3

해설

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^3 \times 3^2} = (\sqrt{2})^3 (\sqrt{3})^2 = a^3b^2$$

18. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

19. $6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = 12$

해설

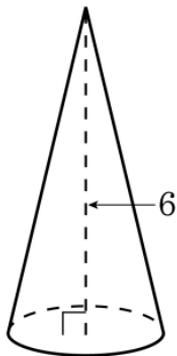
$$\begin{aligned} \text{좌변} : 6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} &= \frac{12\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\text{우변} : 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A = 48\sqrt{2} \div A$$

$$\therefore 48\sqrt{2} \div A = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore A = 48\sqrt{2} \div \frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{8} = 12$$

20. 다음 그림의 원뿔의 부피가 12 일 때, 밑면의 반지름의 길이를 구하여라. (원주율은 3으로 한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \sqrt{2}$

해설

$$12 = \frac{1}{3} \times x^2 \times 3 \times 6$$

$$12 = 6x^2$$

$$\therefore x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

21. $3\sqrt{8} - 4\sqrt{18} + \sqrt{50}$ 을 바르게 계산한 것을 고르면?

① $\sqrt{3}$

② $\sqrt{2}$

③ 0

④ $-\sqrt{3}$

⑤ $-\sqrt{2}$

해설

$$(\text{준식}) = 6\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = -\sqrt{2}$$

22. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 + \sqrt{6})$$

① $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

② $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

③ $\sqrt{2} - 2$

④ $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

해설

$$\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 + \sqrt{6})$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$$

$$= 4\sqrt{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$$

$$= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

23. $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} - \sqrt{15}}{\sqrt{5}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{10}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① $-\frac{17}{10}$

② 0

③ $\frac{3}{10}$

④ $\frac{13}{10}$

⑤ $\frac{23}{10}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{5} - \sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} - \sqrt{15}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{6})\sqrt{5} - (\sqrt{2} - \sqrt{15})\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{5 - \sqrt{30} + \sqrt{30} - 2}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3\sqrt{10}}{10} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 0, b = \frac{3}{10} \text{ 이므로 } a + b = \frac{3}{10}$$

24. a, b 가 유리수일 때, $(\sqrt{3} - 1)a + 2b = 0$ 을 만족하는 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 0$

▷ 정답: $b = 0$

해설

동류항끼리 정리하면 $\sqrt{3}a + (-a + 2b) = 0$ 이므로 $a = 0, b = 0$

25. $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ 을 계산하면?

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

해설

$$\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$