

1. 다음 중 유리수가 아닌 것을 고르면?

① 3.141592

② π

③ 9.999999

④ $\frac{111}{7}$

⑤ $\frac{21}{5^3 \times 7}$

해설

① 3.141592 (유한소수-유리수)

② $\pi = 3.1415926535897932384626 \dots$

(순환하지 않는 무한소수-유리수가 아니다)

③ 9.999999 (유한소수-유리수)

④ $\frac{111}{7}$ (유리수)

⑤ $\frac{21}{5^3 \times 7} = \frac{3^3}{5}$ (유리수)

2. $9a = 3^{x+2}$ 이라고 할 때, 27^x 의 값을 a 로 나타내면?

① a^4

② a^9

③ a^2

④ a^3

⑤ a^{27}

해설

$$9a = 3^x \times 3^2 = 9 \times 3^x$$

$$\therefore a = 3^x$$

$$27^x = (3^3)^x = (3^x)^3 = a^3$$

3. 식 $(5a^2 - 7a + 4) - (11a^2 + 2a - 3)$ 을 간단히 하면?

- ① $-6a^2 - 5a + 1$ ② $-6a^2 - 9a + 7$ ③ $-6a^2 + 9a + 1$
④ $16a^2 - 5a - 7$ ⑤ $16a^2 - 7a + 1$

해설

$$\begin{aligned} & (5a^2 - 7a + 4) - (11a^2 + 2a - 3) \\ &= 5a^2 - 7a + 4 - 11a^2 - 2a + 3 \\ &= -6a^2 - 9a + 7 \end{aligned}$$

4. $7x - [5x - \{2y - 4(x - 3y)\}]$ 를 간단히 했을 때, x 의 계수와 y 의 계수의 합은?

① 12 ② 11 ③ 10 ④ 9 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & 7x - [5x - \{2y - 4(x - 3y)\}] \\ &= 7x - (9x - 14y) \\ &= -2x + 14y \\ &\therefore (-2) + 14 = 12 \end{aligned}$$

5. $(3x-2)^2 - (2x+2)(2x+5)$ 를 전개하면?

① $5x^2 - 26x - 6$

② $5x^2 - 25x - 12$

③ $12x^2 - 25x + 10$

④ $12x^2 - 20x + 20$

⑤ $12x^2 - 6x - 20$

해설

$$\begin{aligned} & (3x)^2 - 2 \times 6x + (-2)^2 - (4x^2 + 10x + 4x + 10) \\ &= 9x^2 - 12x + 4 - 4x^2 - 14x - 10 \\ &= 5x^2 - 26x - 6 \text{ 이므로 답은 ①번이다.} \end{aligned}$$

6. $x = 1, y = -2$ 일 때, $\frac{x^2 - 2xy}{x} + \frac{2xy - 4y^2}{y}$ 을 $ax + by$ 의 꼴로 간단히 한 다음 이 식의 값 c 를 구하였다. a, b, c 의 값을 순서대로 쓴 것은?

- ① 1, -7, -5 ② 1, -9, -17 ③ 2, 3, 5
④ 3, -7, 8 ⑤ 3, -6, 15

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^2 - 2xy}{x} + \frac{2xy - 4y^2}{y} &= x - 2y + 2x - 4y \\ &= 3x - 6y \\ &= 3 + 12 = 15\end{aligned}$$

$$\therefore a = 3, b = -6$$

$$\therefore c = ax + by = 3 + 12 = 15$$

7. $(x + y) : (x - 2y) = 7 : 2$ 일 때, $4x - 8y$ 를 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $\frac{x}{8}$ ② $\frac{x}{16}$ ③ $\frac{2}{15}x$ ④ $\frac{5}{16}x$ ⑤ $\frac{3}{2}x$

해설

비례식에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같으므로

$$7(x - 2y) = 2(x + y)$$

$$5x = 16y, y = \frac{5}{16}x$$

$$\therefore 4x - 8y = 4x - 8 \times \frac{5}{16}x = 4x - \frac{5}{2}x = \frac{3}{2}x$$

8. 분수 $\frac{17}{66}$ 과 $\frac{14}{33}$ 를 소수로 나타냈을 때, 각각의 순환마디를 a, b 라 하면 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{17}{66} = 0.2\dot{5}\dot{7}, b = \frac{14}{33} = 0.4\dot{2}$$

$$a = 57, b = 42$$

$$\therefore a - b = 57 - 42 = 15$$

9. 순환소수 $0.2\bar{3}5$ 를 분수로 고칠 때, 순환소수 $0.2\bar{3}5$ 를 x 로 놓고 계산하고자 한다. 이때, 가장 편리한 식은?

- ① $100x - x$
- ② $1000x - x$
- ③ $100x - 10x$
- ④ $1000x - 100x$
- ⑤ $1000x - 10x$

해설

$$\begin{array}{r} 1000x=235,3535\cdots \\ -) \quad 10x= \quad 2,3535\cdots \\ \hline 990x=233 \end{array}$$

따라서 ⑤ $1000x - 10x$ 이다.

10. 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \frac{341}{900}$

② $7.\dot{3} = \frac{73-7}{90}$

③ $0.6\dot{2} = \frac{62-6}{99}$

④ $4.\dot{1}\dot{8} = \frac{418-4}{90}$

⑤ $2.5\dot{3} = \frac{253-2}{99}$

해설

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \frac{341}{999}$

② $7.\dot{3} = \frac{73-7}{9}$

③ $0.6\dot{2} = \frac{62-6}{90}$

④ $4.\dot{1}\dot{8} = \frac{418-4}{99}$

⑤ $2.5\dot{3} = \frac{253-2}{99}$

11. 한 자리 자연수 a 에 대하여 부등식 $\frac{1}{7} < 0.\dot{a} < 1$ 이 성립하도록 a 의 값을 모두 고르면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$\frac{1}{7} < \frac{a}{9} < 1$$

$$\frac{9}{7} < a < 9$$

따라서 $1.2\cdots < a < 9$ 이므로 한 자리 자연수 a 는 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 이다.

12. $4^{x+3} = 4^x \times 2^y = 8^4$ 을 만족시키는 자연수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값은?

① -4

② -3

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$(2^2)^{x+3} = 2^{2x+y} = (2^3)^4 = 2^{12}$$

$$2x + 6 = 12, \quad 2x + y = 12$$

$$y = 6, x = 3$$

$$\therefore x - y = 3 - 6 = -3$$

13. $a^2xy^2 \times (x^2y)^b = 9x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $ab+c$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 21

해설

$a^2xy^2 \times (x^2y)^b = a^2x^{2b+1}y^{2+b} = 9x^cy^6$ 이므로 $a = 3, b = 4, c = 9$ 이다.

따라서 $ab + c = 21$ 이다.

14. $(-2x^4y)^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \boxed{} = 8x$ 의 $\boxed{}$ 안에 알맞은 식은?

① $4x^2y^3$

② $4x^2y^4$

③ $-4x^2y^4$

④ $2x^4y^4$

⑤ $-2x^2y^4$

해설

$$4x^8y^2 \times \left(-\frac{1}{x^9y^6}\right) \times \boxed{} = 8x$$

$$-\frac{4}{xy^4} \times \boxed{} = 8x$$

$$\boxed{} = -2x^2y^4$$

15. $\left(x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}\right)\left(x + \frac{3}{x} + 1\right)$ 을 전개한 식에서 $\frac{1}{x}$ 의 계수와 x 의 계수의 곱은?

- ① $-\frac{1}{8}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

해설

$$\frac{1}{x} \text{의 항} : -4 \times \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2} \times x = -\frac{12}{x} + \frac{4}{x} = -\frac{8}{x}$$

$$\frac{1}{x} \text{의 계수} : -8$$

$$x \text{의 항} : x^2 \times \frac{3}{x} - 4x = 3x - 4x = -x$$

$$x \text{의 계수} : -1$$

$$\therefore (-8) \times (-1) = 8$$

16. $(x-a)(2x+5) = 2x^2 - \frac{b^2}{2}$ 일 때, $2a-b$ 의 값은? (단, $b > 0$)

① -20

② -15

③ -10

④ -5

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} 2\left(x - \frac{5}{2}\right)\left(x + \frac{5}{2}\right) &= 2x^2 - 2\left(\frac{5}{2}\right)^2 \\ &= 2x^2 - \frac{25}{2} \end{aligned}$$

$$a = \frac{5}{2}, b = 5$$

$$\therefore 2a - b = 5 - 5 = 0$$

17. $-3(x+3)(x-2) + \frac{1}{2}(x-3)(x+5)$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

① -3

② -2

③ $-\frac{1}{2}$

④ 5

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} & -3(x+3)(x-2) + \frac{1}{2}(x-3)(x+5) \\ &= -3(x^2+x-6) + \frac{1}{2}(x^2+2x-15) \\ &= -3x^2-3x+18 + \frac{1}{2}x^2+x-\frac{15}{2} \\ &= -\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{21}{2} \end{aligned}$$

따라서 x 의 계수는 -2 이다.

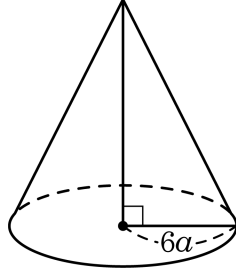
18. $(3x - 2y + z)(5x + 2y - z)$ 의 전개식에서 xy , yz , zx 각각의 계수의 합은?

① 2 ② 10 ③ 21 ④ 33 ⑤ 40

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y + z)(5x + 2y - z) \\ &= \{3x - (2y - z)\}\{5x + (2y - z)\} \\ & 2y - z = A \text{로 치환하면} \\ & (3x - A)(5x + A) \\ &= 15x^2 - 2xA - A^2 \\ & A = 2y - z \text{를 대입하면} \\ & 15x^2 - 2x(2y - z) - (2y - z)^2 \\ &= 15x^2 - 4xy + 2xz - 4y^2 + 4yz - z^2 \\ & \therefore xy, yz, zx \text{ 각각의 계수의 합} : -4 + 4 + 2 = 2 \end{aligned}$$

19. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $6a$ 인 원뿔의 부피가 $36\pi a^2 b^3 - 24\pi a^2 b^2$ 일 때, 원뿔의 높이는?



- ① $3b^2 - 2b$ ② $3b^3 - 2b^2$ ③ $6b^3 - 4b^2$
④ $6ab^3 - 4ab^2$ ⑤ $12b^3 - 8b^2$

해설

원뿔의 부피 : $\frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$

높이를 h 라 하자.

$$\frac{1}{3} \times 36\pi a^2 \times h = 36\pi a^2 b^3 - 24\pi a^2 b^2$$

$$12a^2 h = 12a^2 (3b^3 - 2b^2)$$

$$\therefore h = 3b^3 - 2b^2$$

20. $\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 사이의 분수 중에서 분모가 24이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 의 분모를 24로 통분하면 $\frac{4}{24}$, $\frac{18}{24}$
 $\frac{4}{24} < \frac{x}{24} < \frac{18}{24}$

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 유한소수로 나타내려면 x 는 3의 배수이어야 한다. 즉, 6, 9, 12, 15로 4개이다.

21. $\frac{a}{70}$ 를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, $a + b$ 의 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

유한소수가 되기 위해서는 기약분수의 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 하므로

$\frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 1보다 작은 유한소수가 되기 위해서는 a 는 7의 배수 중 70 미만인 수

$(a, b) = (7, 10), (14, 5), (35, 2)$

따라서 $a + b$ 는 최대 37, 최소 17이므로 합은 54이다.

22. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}=0.1$$

- ① 0.5
- ② 0.6
- ③ 0.7
- ④ 0.8
- ⑤ 0.9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}&=\frac{1}{1-\frac{1}{\frac{x-1}{x}}}\\&=\frac{1}{1-\frac{x}{x-1}}\\&=\frac{1}{\frac{x-1}{x-1}-\frac{x}{x-1}}\\&=\frac{1}{\frac{-1}{x-1}}=-x+1\\-x+1&=0.1\\\therefore x&=1-0.1\\&=1-\frac{1}{10}\\&=\frac{9}{10}\\&=0.9\end{aligned}$$

23. 분수 $\frac{27}{333}$ 을 x 라 할 때, $x \times (10^3 - 1)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$$\frac{27}{333} \times (10^3 - 1) = \frac{27}{333} \times 999 = 27 \times 3 = 81$$

24. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

① $-5, -4, -3, -2, -1$

② $0, 0.31532\cdots$

③ 순환소수

④ $0.666\cdots, 0.1\dot{2}$

⑤ $2\pi, 5\pi$

해설

② $0.31532\cdots$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.

⑤ $2\pi, 5\pi$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.

25. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

26. $\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$$

$$5^b = 125, \quad b = 3$$

$$x^{3a} = x^9, \quad a = 3$$

$$b = 3c = 3, \quad c = 1$$

$$\therefore a + b - c = 3 + 3 - 1 = 5$$

27. $(a, b) * (c, d) = \frac{bd}{ac}$ 라 할 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\left(x^2y, -\frac{xy^3}{4}\right) * \left(-\frac{1}{3}xy^2, \frac{-1}{xy}\right)$$

- ① $-\frac{2}{4}x^2$

② $-\frac{3}{4}xy$

③ $-\frac{3}{4x^2}$
- ④ $-\frac{3}{4x}$

⑤ $-\frac{3}{4x^3y}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{\left(-\frac{xy^3}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{xy}\right)}{x^2y \times \left(-\frac{1}{3}xy^2\right)} = \frac{\frac{y^2}{4}}{-\frac{x^3y^3}{3}} \\ &= \frac{y^2}{4} \times \left(-\frac{3}{x^3y^3}\right) = -\frac{3}{4x^3y} \text{이다.} \end{aligned}$$

28. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?

① $-\frac{13}{3}$

② $-\frac{12}{5}$

③ $\frac{7}{3}$

④ $-\frac{16}{3}$

⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$, $\frac{3}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 3y$ 이다.

$$\frac{x^2 - 2y^2}{xy} = \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

29. 분수 $\frac{3}{700}$ 을 소수로 나타내었을 때, x_n 은 소수점 아래 n 번째 수를 나타낸다. 다음 주어진 식의 값은?

$x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + \cdots + x_{25}$

- ① 72
- ② 74
- ③ 76
- ④ 78
- ⑤ 80

해설

$$\frac{3}{700} = 0.0042857\bar{1}$$
$$x_1 = 0, \ x_3 = 4, \ x_5 = 8, \ x_7 = 7, \ \cdots$$
$$\therefore (\text{준식}) = 4 \times (4 + 8 + 7) = 76$$

30. 한 자리 자연수 x, y 에 대하여 $f(x, y) = 5(0.\dot{x}-0.\dot{y}) + 2(0.\dot{x}y\dot{x} + 0.\dot{y}xy\dot{y})$ 라고 정의할 때, $f(x, y) < 0$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 갯수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 14 개

해설

$$\begin{aligned} f(x,y) &= 5\left(\frac{x}{9} - \frac{y}{9}\right) + 2\left(\frac{100x+10y+x}{999} + \frac{100y+10x+y}{999}\right) \\ &= \frac{7}{9}x - \frac{1}{3}y \end{aligned}$$

$$= \frac{7}{9}x - \frac{1}{3}y$$

$$f(x,y) < 0 \text{ 이므로 } \frac{7}{9}x - \frac{1}{3}y < 0, y > \frac{7}{3}x$$

x, y 는 모두 한 자리 자연수이어야 하므로

$$\frac{7}{3}x < y \leq 9$$

$x = 1$ 일 때, $y = 3, 4, 5, \dots, 9$

$$x = 2 \text{ 일 때, } y = 5, 6, \dots, 9$$

$x = 3$ 일 때, $y = 8, 9$

따라서 순서쌍 (x, y) 의 갯수는 $7 + 5 + 2 = 14$ (개) 이다.

31. $8^{2a+1} \div 2^{a+1} = 16^a$ 을 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$(2^3)^{2a+1} \times \frac{1}{2^{a+1}} = 2^{4a}$$

$$6a + 3 - a - 1 = 4a$$

$$\therefore a = -2$$

32. $3^{2009} + 7^{2009}$ 을 10 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$3, 3^2, 3^3, 3^4, \dots$ 을 10 으로 나눈 나머지는
 $3, 9, 7, 1, \dots$ 과 같이 반복되고,
 $7, 7^2, 7^3, 7^4, \dots$ 을 10 으로 나눈 나머지는
 $7, 9, 3, 1, \dots$ 과 같이 반복된다.
 $2009 = 4 \times 502 + 1$ 이므로 3^{2009} 을 10 으로 나눈 나머지는 3 을
10 으로 나눈 나머지 3과 같고,
 7^{2009} 을 10 으로 나눈 나머지는 7 을 10 으로 나눈 나머지 7 과
같다.
따라서 $3^{2009} + 7^{2009}$ 을 10 으로 나누면 $3 + 7 = 10$ 에서 나머지는
0 이다.

33. 0 이 아닌 정수 a, b 에 대하여 $|a| < 4, |b| < 4, |a| \neq |b|$ 이고 $a > b, ab \neq 0$ 이다. $x = a + b$ 이고 $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ 일 때, 자연수 n 에 대하여 $x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} = 0$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} = 0$ 에서
 $x^{n+1}(x^2 + x - 2) = 0, x^{n+1} \neq 0$
($\because a \neq 0, b \neq 0, |a| \neq |b|$) 이므로
 $x^2 + x - 2 = 0$
 $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ 이므로
 $x = a + b$ 를 대입하면
 $(a + b - 1)(a + b + 2) = 0$
 $\therefore a + b = 1$ 또는 $a + b = -2$
이 때 $|a| < 4, |b| < 4, a > b, |a| \neq |b|, ab \neq 0$ 이므로
 $(a, b) = (2, -1), (3, -2), (1, -3)$
따라서 3 개이다.

34. $x^2 = (y-1)^2$, $y^2 = -1$ 일 때, $(x-y-1)^4(x+y+1)^4$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 256

해설

$$\begin{aligned}(x-y-1)^4(x+y+1)^4 &= \{x-(y+1)\}^4 \{x+(y+1)\}^4 \\ \text{주어진 식에서 } y+1 &= A \text{ 로 치환하면} \\ (x-A)^4(x+A)^4 &= \{(x-A)(x+A)\}^4 \\ &= (x^2-A^2)^4 \\ &= \{(y-1)^2-(y+1)^2\}^4 \\ &= (-4y)^4 \\ &= 256y^4\end{aligned}$$

$$y^2 = -1 \text{ 이므로 } y^4 = 1$$

$$\therefore (x-y-1)^4(x+y+1)^4 = 256$$

35. $xy + \frac{1}{z} = 1$, $yz + \frac{1}{x} = 2$ 일 때, $\frac{xyz^2 - xyz}{(1 - 2x)(2x - 1)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$xy + \frac{1}{z} = 1, \frac{xyz + 1}{z} = 1, xyz = z - 1 \cdots \textcircled{A}$$

$$yz + \frac{1}{x} = 2, \frac{xyz + 1}{x} = 2, xyz = 2x - 1 \cdots \textcircled{B}$$

$$\frac{xyz^2 - xyz}{(1 - 2x)(2x - 1)} = \frac{xyz(z - 1)}{-(2x - 1)^2}$$

에 식 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 을 대입하여 풀면,

$$\frac{xyz(z - 1)}{-(2x - 1)^2} = \frac{xyz(xyz)}{-(xyz)^2} = -1$$