

1. $x = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ 일때, 분수 $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 되지 않는 x 의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$6 = 2 \times 3, 12 = 2^2 \times 3$ 이므로 2개이다.

2. 순환소수 $9.\dot{3}$ 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$9.\dot{3} = \frac{93 - 9}{9} = \frac{28}{3} \text{ 이고,}$$

$28 = 2^2 \times 7$ 이므로 제곱이 되게 하는 자연수는 3과 7의 공배수이다.

따라서 가장 작은 자연수는 21이다.

3. 다음 보기 중 계산 결과가 나머지와 같지 않은 것을 골라라.

보기

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2)$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2)$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2) = a^{12} \div a = a^{11}$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2) = a^{12} \div a^{7-2} = a^{12-5} = a^7$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a = a^{9-3+1} = a^7$

4. $3^3 \div 3^a = 27$, $4^b + 4^b + 4^b + 4^b = 4^3$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$3^3 \div 3^a = 3^{3-a} = 27 = 3^3$$

$$3 - a = 3$$

$$\therefore a = 0$$

$$4^b + 4^b + 4^b + 4^b = 4 \cdot 4^b = 4^{b+1} = 4^3$$

$$b + 1 = 3$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = -2$$

5. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 12자리 수

해설

$$\begin{aligned} &2^{12} \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10} \\ &= 36 \times (10)^{10} \end{aligned}$$

6. 자연수 n 에 대하여 $f(3^n) = n$ 으로 정의한다. $f(x) + f(y) + f(27) = f(729)$ 일 때, 서로 다른 자연수 x, y 의 합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 28

해설

$f(27) = f(3^3) = 3$, $f(729) = f(3^6) = 6$ 이므로
 $f(x) + f(y) = 6 - 3 = 3$ 을 만족하는 $f(x)$, $f(y)$ 는
 $f(x) = 0$, $f(y) = 3$ 일 때, $x = 1$, $y = 27$
 $f(x) = 1$, $f(y) = 2$ 일 때, $x = 3$, $y = 9$
 $f(x) = 2$, $f(y) = 1$ 일 때, $x = 9$, $y = 3$
 $f(x) = 3$, $f(y) = 0$ 일 때, $x = 27$, $y = 1$
따라서 $x + y = 28$, $x + y = 12$ 이다.

8. $\frac{3654}{9990} = 0.abcd$ 에서 a, b, c, d 는 $0, 1, \dots, 9$ 중 어느 한 수를 나타낸다.
이때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} \frac{3654}{9990} &= 0.3\dot{6}5\dot{7} \\ a &= 3, \quad b = 6, \quad c = 5, \quad d = 7 \\ \therefore a + b + c + d &= 21 \end{aligned}$$

9. 분수 $\frac{36}{111}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{36}{111} = 0.324324\cdots = 0.\dot{3}2\dot{4}$$

$100 \div 3 = 33\cdots 1$ 이므로 소수점 아래 100 번째 숫자는 3 이다.

10. $0.15\dot{8} = a \times 0.00\dot{1}$, $0.0\dot{5} = 5 \times b$ 일 때, ab 를 분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{143}{90}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{158-15}{900} &= a \times \frac{1}{900}, \quad a = 143 \\ \frac{5}{90} &= 5 \times b, \quad b = \frac{1}{90} \\ \therefore ab &= \frac{143}{90}\end{aligned}$$

11. 두 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$, $0.\dot{b}\dot{a}$ 의 합이 $0.\dot{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{10a + b + 10b + a}{99} = \frac{11a + 11b}{99} = \frac{a + b}{9}$$
$$= 0.\dot{3} = \frac{3}{9}$$

$$\therefore a + b = 3$$

a, b 가 자연수이고 $0 < a < b$ 이므로

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore a - b = -1$$

12. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

① $0, 1, 2, 3, \dots$

② $2.\dot{5}, -\frac{5}{9}$

③ 유한소수

④ 무한소수

⑤ $-1.\dot{5}, -\frac{1}{3}, 0, 2.\dot{4}, \pi$

해설

④ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

⑤ π 는 순환하지 않는 무한소수이다.

13. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2

② 2^4

③ 2^6

④ 2^8

⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

14. 다음 두 식을 만족하는 단항식 A, B 에 대하여 A^2 은?

$$A \times B = 36a^3b^4, \frac{A}{B} = 4a$$

- ① $144ab$

② $144a^2b^2$

③ $144a^3b^3$

④ $144a^4b^4$

⑤ $144a^5b^5$

해설

$$\begin{aligned} A^2 &= (A \times B) \times \frac{A}{B} = 36a^3b^4 \times 4a \\ &= 36 \times 4 \times a^3 \times a \times b^4 = 144a^4b^4 \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

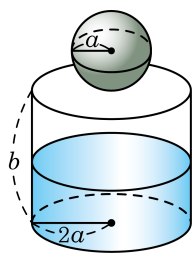
① $\frac{1}{3}a$

② $\frac{2}{3}a$

③ a

④ $\frac{4}{3}a$

⑤ $\frac{5}{3}a$



해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는
(쇠공의 부피) / (원기둥의 밑면의 넓이) 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$