

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{(-3)^2} = \pm 3$ 이다.
- ② $\sqrt{4}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.
- ③ $\sqrt{36} = 18$ 이다.
- ④ 0 의 제곱근은 없다.
- ⑤ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = a$ 이다.

해설

- ① $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$
- ② $\sqrt{4} = 2$ 의 제곱근 $\pm \sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{36} = 6$
- ④ 0 의 제곱근은 0 이다

2. $(-12)^2$ 의 제곱근 중 양수인 것을 x , $\sqrt{625}$ 의 제곱근 중 음수인 것을 y 라 할 때, $x - 2y$ 의 값을 구하여라.

① 2 ② 7 ③ 17 ④ 22 ⑤ 29

해설

$(-12)^2 = 144$ 의 제곱근은 ± 12 , 양수 $x = 12$

$\sqrt{625} = 25$ 의 제곱근 ± 5 , 음수 $y = -5$

$\therefore x - 2y = 12 - 2 \times (-5) = 12 - (-10) = 22$

3. $x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 일 때, $x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 에서

$\sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}} = \sqrt{3 - x} = x$ 이므로

$3 - x = x^2, x^2 + x = 3$

$\therefore x^2 + x + 1 = 4$

4. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-2a)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① 0 ② $-6a$ ③ $6a$ ④ $-4a$ ⑤ $4a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-2a)^2} &= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-2a)^2} \\ &= -2a - (-2a) \\ &= -2a + 2a = 0\end{aligned}$$

5. $x > 1$ 일 때, $\sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{(1-x)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} x > 1 \text{ 이므로 } x-1 > 0, 1-x < 0 \\ (\text{준식}) &= (x-1) - \{-(1-x)\} \\ &= (x-1) - (x-1) = 0 \end{aligned}$$

6. $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① xy 의 최솟값은 6 이다.
 - ② $2x + y$ 의 최솟값은 7 이다.
 - ③ $y = 3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.
 - ④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.
 - ⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)

$x = 1$ 일 때, $y = 6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다.(④ 성립)

$y = 3$ 일 때, $x = 2$ 이면 $N = 8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)

$2x + y$ 는 $x = 2, y = 3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)

$x = 3$ 이고 $y = 25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6 의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

7. 다음 중 대소관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $\sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{\frac{1}{3}}$ ② $3 < 2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2} > 2\sqrt{5}$
④ $\frac{1}{2} < \sqrt{\frac{3}{4}}$ ⑤ $6 < \sqrt{35}$

해설

- ① $\sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{3}}$
② $3 > 2\sqrt{2}$
③ $3\sqrt{2} < 2\sqrt{5}$
④ $\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}} < \sqrt{\frac{3}{4}}$ (○)
⑤ $6 > \sqrt{35}$

8. 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수가 가장 많은 것을 골라라.

보기

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

각 변을 제곱하면 $1 < 5-3x < 16$ 이므로

$5-3x \geq 0$ 일 때, $1 < 5-3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = -3, -2, -1, 0, 1$

$5-3x < 0$ 일 때, $1 < -5+3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3, 4, 5, 6$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 9 개이다.

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

각 변을 제곱하면 $4 < 1-x < 7$ 이므로

$1-x \geq 0$ 일 때, $4 < 1-x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = -5, -4$

$1-x < 0$ 일 때, $4 < -1+x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = 6, 7$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 4 개이다.

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

각 변을 제곱하면 $1 < 2x-3 < 4$ 이므로

$2x-3 \geq 0$ 일 때, $1 < 2x-3 < 4$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 2 개이다.

그러므로 답은 ㉠ 이다.

9. 다음에서 제곱근이 유리수인 것을 모두 고른 것은?

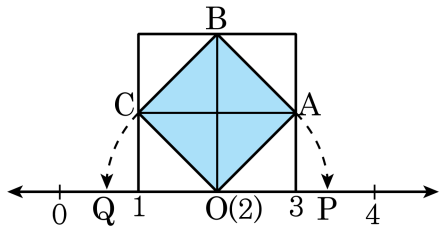
㉠ 12	㉡ $\frac{9}{25}$	㉢ 0.4
㉤ 0.049	㉥ $\frac{3}{5}$	㉦ 0.01

- ① ㉡, ㉢
- ② ㉢, ㉤
- ③ ㉢, ㉤, ㉥
- ④ ㉡, ㉢, ㉥
- ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} = 0.\dot{4}$, $(0.1)^2 = 0.01$
 $0.049 = \frac{49}{1000}$ 이므로 제곱근은 $\pm\frac{7}{10\sqrt{10}}$ 이 되어 무리수이다.
따라서 ㉡, ㉢, ㉥이다.

10. 다음 그림은 한 변의 길이가 2 인 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 $\square OABC$ 를 그린 것이다. $\overline{OA} = \overline{OP}$, $\overline{OC} = \overline{OQ}$ 일 때, 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 4$

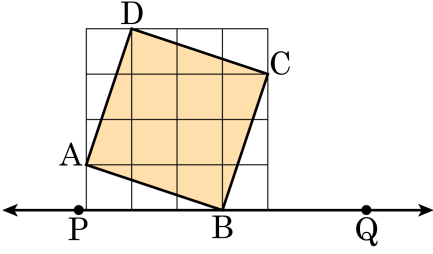
해설

$$(\square OABC \text{ 넓이}) = 2 \times 2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right) = 2$$

$$\therefore \overline{OC} = \overline{OA} = \sqrt{2}$$

$$\therefore P(2 + \sqrt{2}) , Q(2 - \sqrt{2}) \text{ 이므로 } a + b = 4 \text{ 이다.}$$

11. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{PB}$, $\overline{CB} = \overline{QB}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라. (단, 모눈 한 칸의 길이는 1이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$

해설

$\overline{BC}$ 를 대각선으로 하는 직사각형에서 $\overline{BC}$ 를 빗변으로 하는 색칠하지 않은 부분의 삼각형의 넓이는 가로 1, 세로 3인 직사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $1 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\square ABCD = 4 \times 4 - \frac{3}{2} \times 4 = 10$ 이다.

$\square ABCD$ 는 정사각형이므로

$$\overline{BC}^2 = 10, \therefore \overline{BC} = \sqrt{10}$$

$\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{10}$ 이므로 $\overline{PQ} = 2\sqrt{10}$ 이다.

12. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0 과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응된다.
- ⑤ 수직선은 유리수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

해설

⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

13. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다.
다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것을 구하여라.

$$\begin{aligned} &A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ &\textcircled{\tiny{㉠}} \text{ A, B 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ &A^2 - B^2 \\ &= \textcircled{\tiny{㉡}} (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ &= \textcircled{\tiny{㉢}} (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ &= \textcircled{\tiny{㉤}} -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0 \\ &\textcircled{\tiny{㉥}} \therefore A < B \end{aligned}$$

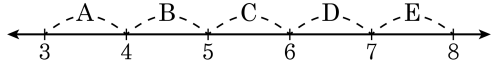
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

$$\begin{aligned} &A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ &\text{A, B 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ &A^2 - B^2 \\ &= (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ &= (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ &= -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0 \\ &\therefore A > B \end{aligned}$$

14. 다음 수직선에서 $4\sqrt{3}$ 에 대응하는 점이 있는 구간은?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$4\sqrt{3} = \sqrt{48}$
 $6 < \sqrt{48} < 7$ 이므로 D 구간

15. $\sqrt{3} \times \sqrt{9} \times \sqrt{27} \times \sqrt{15} \times \sqrt{20} \times \sqrt{21}$ 을 간단히 하면?

① $90\sqrt{7}$

② $270\sqrt{7}$

③ $810\sqrt{7}$

④ 90

⑤ 270

해설

(준식)

$$= \sqrt{3} \times 3 \times 3 \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times 2 \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7}$$

$$= 81 \times 5 \times 2 \sqrt{7}$$

$$= 810 \sqrt{7}$$

16. 다음 중 수의 형태를 $\sqrt{x}$ 는 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로, $a\sqrt{b}$ 는 $\sqrt{x}$ 의 꼴로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면?

- ① $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ ② $\sqrt{98} = 6\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{7} = \sqrt{63}$
④ $8\sqrt{2} = \sqrt{256}$ ⑤ $4\sqrt{3} = \sqrt{24}$

해설

- ① $\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$
② $\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}$
③ $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \times 7} = \sqrt{63}$
④ $8\sqrt{2} = \sqrt{8^2 \times 2} = \sqrt{128}$
⑤ $4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$

17. 다음 중 $\sqrt{\frac{2}{5}} \div \sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{15}}$ 를 바르게 계산한 것을 고르면?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{15} \\ &= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

18. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화한 것으로 옳은 것은?

- ① $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

19. $\sqrt{6} \div 3\sqrt{3} \times \frac{3}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{18}}{6} = a\sqrt{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{6} \div 3\sqrt{3} \times \frac{3}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{18}}{6} \\ &= \sqrt{6} \times \frac{1}{3\sqrt{3}} \times \frac{3}{2\sqrt{3}} \times \frac{6}{3\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ & \frac{\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{3} \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

20. $\sqrt{18} + \sqrt{48} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{50}$ 을 간단히 하면?

① $14\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$

② $14\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$

③ $18\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

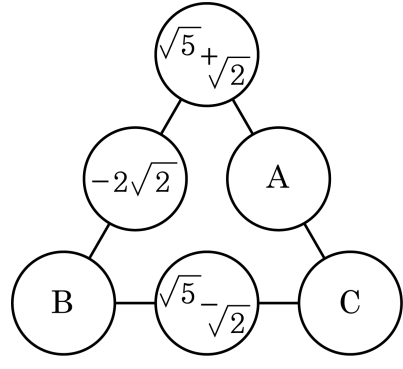
④ $18\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

⑤ $24\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{18} + \sqrt{48} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{50} \\ &= 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 15\sqrt{2} \\ &= (3\sqrt{2} + 15\sqrt{2}) + (4\sqrt{3} - 6\sqrt{3}) \\ &= 18\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

21. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때, $A - B + C$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

$B - 2\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} = B + C + \sqrt{5} - \sqrt{2}$ 에서
 $\therefore C = 0$
 $\sqrt{5} + \sqrt{2} + A = \sqrt{5} - \sqrt{2} + B$ 에서
 $\therefore A - B = -2\sqrt{2}$
 $\therefore A - B + C = -2\sqrt{2}$

22. $12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) = a\sqrt{2} + b\sqrt{10}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수이다.)

① -11

② -5

③ 10

④ 17

⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} & 12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) \\ &= 36\sqrt{10} - 12\sqrt{2} - 8\sqrt{10} + \sqrt{2} = -11\sqrt{2} + 28\sqrt{10} \\ \therefore a &= -11, b = 28 \rightarrow a + b = -11 + 28 = 17 \end{aligned}$$

23. $\frac{1}{1-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 + \sqrt{5}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} - \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{3-4} - \frac{\sqrt{4}+\sqrt{5}}{4-5} \\ &= -1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} - \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{5} \\ &= -1 + \sqrt{5} \end{aligned}$$

24. 다음 중 제곱근의 값을 구할 때, $\sqrt{133.606}$ 임을 이용하여 구할 수 없는 것은?

㉠ $\sqrt{0.052}$

㉡ $\sqrt{130000}$

㉢ $\sqrt{0.0013}$

㉣ $\sqrt{5200}$

㉤ $\sqrt{0.13}$

해설

㉡ $\sqrt{130000} = \sqrt{13 \times 10000} = 100 \sqrt{13} = 360.6$

㉢ $\sqrt{0.0013} = \sqrt{\frac{13}{10000}} = \frac{\sqrt{13}}{100} = 0.03606$

㉣ $\sqrt{5200} = \sqrt{400 \times 13} = 20 \sqrt{13} = 72.12$

㉤ $\sqrt{0.13} = \sqrt{\frac{13}{100}} = \frac{\sqrt{13}}{10} = 0.3606$

25. 다음을 참고하여 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값을 구하여라.

$$685^2 = 469225, 686^2 = 470596,$$
$$687^2 = 471969$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$469225 < 470000 < 470596$ 이므로
 $685^2 < 47 \times 10^4 < 686^2$
 $685 < \sqrt{47} \times 10^2 < 686$
 $6.85 < \sqrt{47} < 6.86$
따라서 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값은 5 이다.