1. $2 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x-5)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x - 2 > 0$ 이고, $x - 5 < 0$ 이므로

(준식)$= x - 2 - (x - 5) = 3$

2. 두 수의 대소관계가 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$ ㉡ $-2\sqrt{2} > -\sqrt{12}$

㉢ $\sqrt{11} > 2\sqrt{3}$

① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $2 < 3$ 이므로 $\sqrt{2} < \sqrt{3}$
따라서 $-\sqrt{2} > -\sqrt{3}$ 이다.
㉡ $-2\sqrt{2} > -\sqrt{12}$ (○)
㉢ $\sqrt{11}^2 = 11 < 12 = (2\sqrt{3})^2$ 이므로 $\sqrt{11} < 2\sqrt{3}$

3. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 두 정수 0 과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

③ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.

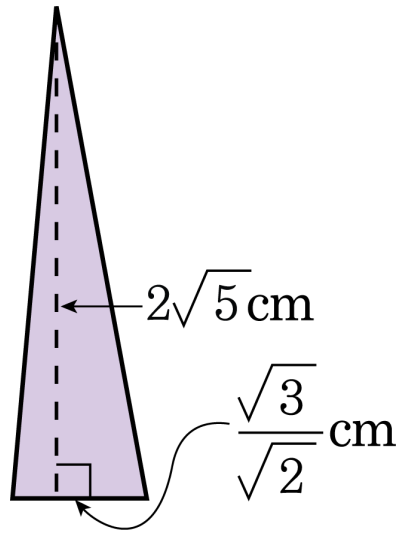
④ 모든 실수는 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응된다.

⑤ 수직선은 유리수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

해설

⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

4. 다음 그림과 같은 밑변의 길이가 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\,\mathrm{cm}$, 높이가 $2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 인 삼각형의 넓이는?



① $\frac{\sqrt{30}}{5}\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{\sqrt{30}}{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $\frac{\sqrt{30}}{2}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $2\sqrt{30}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $4\sqrt{30}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{5} = \frac{\sqrt{30}}{2}(\mathrm{cm}^2)$$

5. $\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{5}}{2}$ 을 간단히 나타내면?

① $-\frac{\sqrt{3}}{12}-\frac{\sqrt{5}}{12}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{12}+\frac{\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{12}-\frac{\sqrt{5}}{3}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{6}-\frac{\sqrt{5}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{3}$

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$=\frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{12}+\frac{\sqrt{5}-3\sqrt{5}}{6}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{12}-\frac{\sqrt{5}}{3}$$

6. $\dfrac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{3}} - \dfrac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}}$ 을 계산하면?

① $-2\sqrt{6}$ ② $-\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{6}$

④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

분모를 유리화하면,

$$\frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} - \frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{4-3} - \frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{4-3}$$

$$= 2\sqrt{2} - \sqrt{6} - (2\sqrt{2} + \sqrt{6})$$

$$= 2\sqrt{2} - \sqrt{6} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}$$

$$= -2\sqrt{6}$$

7. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은 무엇인가?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{9a^2} = 3a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{4a^2} = 2a$

③ $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

④ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$

⑤ $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{25a^2} = -5a$

해설

③ $a < 0$ 일 때,

$-\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -|5a| = 5a$

8. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{64a^2} - \sqrt{a^2} = 7a$

② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 0$

③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -10a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 10a$

⑤ $(-\sqrt{2a})^2 + (-\sqrt{a^2}) = a$

해설

② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 11a + 11a = 22a$

③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -13a - 3a = -16a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 3a - 7a = -4a$

9. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x=1$ 이다.

10. $a = 6 - \sqrt{5},\ b = 1 + 2\sqrt{5}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a + b < 0$ ② $a - b > 0$ ③ $a - 4 < 0$

④ $b - 4 < 0$ ⑤ $2a + b > 15$

해설

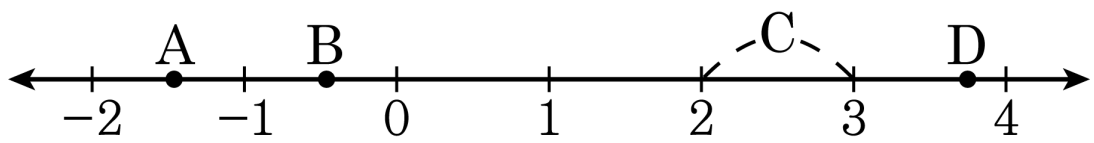
① $a + b = 6 - \sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 7 + \sqrt{5} > 0$

② $a - b = 6 - \sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} = 5 - 3\sqrt{5} < 0$

④ $b - 4 = 1 + 2\sqrt{5} - 4 = 2\sqrt{5} - 3 > 0$

⑤ $2a + b = 12 - 2\sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 13$

11. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?



① $\sqrt{15}$ 는 3 과 4 사이에 위치한다.

② $-\sqrt{2}$ 는 점 B 에 위치한다.

③ A 와 B 사이에는 무한 개의 유리수가 존재한다.

④ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$ 중 구간 C 에 속하는 무리수는 모두 7 개이다.

⑤ $2\sqrt{3}$ 에 대응하는 점은 D 이다.

해설

② $-\sqrt{2}$ 는 점 A 에 위치한다.
④ $\sqrt{4}$ 는 무리수가 아니다.

12. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{\frac{3}{4}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

㉡ $-\sqrt{60}\times\sqrt{\frac{2}{3}}=-4\sqrt{10}$

㉢ $\sqrt{3}\times\sqrt{12}=6$

㉣ $\sqrt{0.1}\times\sqrt{0.9}=\sqrt{0.09}=0.03$

㉤ $3\sqrt{5}\times2\sqrt{7}=6\sqrt{35}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡ $-\sqrt{60}\times\sqrt{\frac{2}{3}}=-\sqrt{60\times\frac{2}{3}}$

$=-\sqrt{40}=-2\sqrt{10}$

㉣ $\sqrt{0.1}\times\sqrt{0.9}=\sqrt{0.09}=0.3$

13. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{10}-\sqrt{45}+\sqrt{40}=-\sqrt{5}+3\sqrt{10}$

㉡ $\sqrt{24}+\sqrt{54}+\sqrt{27}-\sqrt{12}=5\sqrt{6}+\sqrt{3}$

㉢ $\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{48}-\sqrt{12}=\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

㉣ $\dfrac{3}{\sqrt{3}}-\dfrac{28}{\sqrt{28}}=\sqrt{3}-\sqrt{7}$

㉤ $\sqrt{80}-\sqrt{20}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $\sqrt{10}-\sqrt{45}+\sqrt{40}$
$=\sqrt{10}-3\sqrt{5}+2\sqrt{10}$
$=3\sqrt{10}-3\sqrt{5}$

㉡ $\sqrt{24}+\sqrt{54}+\sqrt{27}-\sqrt{12}$
$=2\sqrt{6}+3\sqrt{6}+3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=5\sqrt{6}+\sqrt{3}$

㉢ $\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{48}-\sqrt{12}$
$=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

㉣ $\dfrac{3}{\sqrt{3}}-\dfrac{28}{\sqrt{28}}$
$=\sqrt{3}-\sqrt{28}$
$=\sqrt{3}-2\sqrt{7}$

㉤ $\sqrt{80}-\sqrt{20}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}$
$=4\sqrt{5}-2\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
$=0$

14. 자연수 x 에 대하여 $f(x) = (\sqrt{x}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수$)$ 라고 할 때, $f(70) - f(28)$ 의 값을 구하여라. (단, x 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{70}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 8, $f(70) = 8$
$\sqrt{28}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 5, $f(28) = 5$
$\therefore f(70) - f(28) = 8 - 5 = 3$ 이다.

15. a, b, c의 값이 다음과 같이 주어질 때, $a \times b \times c$ 의 값을 바르게 구한 것은?

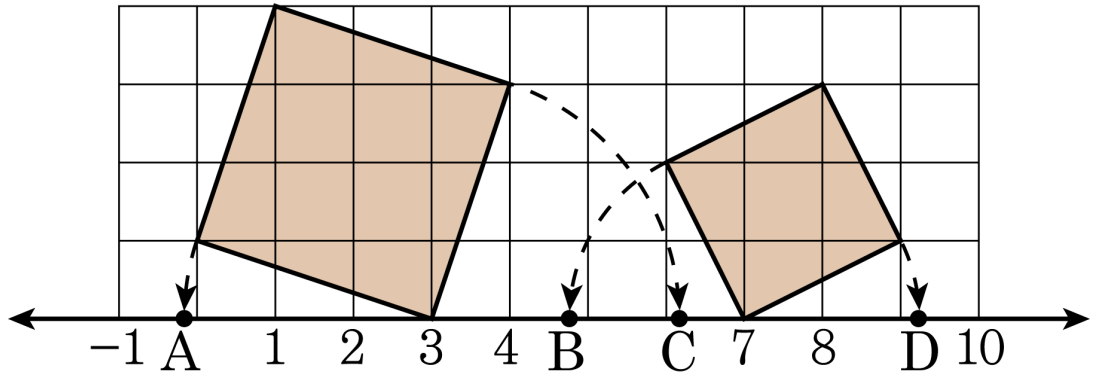
$a \rightarrow$ 제곱근 36
$b \rightarrow 3$ 의 양의 제곱근
$c \rightarrow \sqrt{(-3)^2}$ 의 음의 제곱근

① -18 ② 18 ③ $-18\sqrt{3}$
④ $18\sqrt{3}$ ⑤ 108

해설

$a =$ (제곱근 36) $= \sqrt{36} = 6$
$b =$ (3 의 양의 제곱근) $= \sqrt{3}$
$c =$ ($\sqrt{(-3)^2}$ 의 음의 제곱근) $=$ (3 의 음의 제곱근) $= -\sqrt{3}$
$\therefore\ a \times b \times c = 6 \times \sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -18$

16. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때. $a+b+c+d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$a = 3 - \sqrt{10}$, $b = 7 - \sqrt{5}$, $c = 3 + \sqrt{10}$, $d = 7 + \sqrt{5}$
이므로 $a+b+c+d = 20$ 이다.

17. 다음 중 계산 결과가 옳지 <u>않은</u> 것은?

㉠ $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}$	㉡ $-\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$
㉢ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = 2\sqrt{7}$	㉣ $2\sqrt{12} \div 3\sqrt{6} = \frac{4}{3}$
㉤ $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{12}} = 2\sqrt{3}$	

① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡ $-\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = -3$

㉣ $\frac{2\sqrt{12}}{3\sqrt{6}} = \frac{2}{3} \times \sqrt{\frac{12}{6}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉣이다.

18. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 보다 작거나 같은 자연수의 개수를 $N(x)$ 로 나타내면 $N(1)+N(2)+N(3)+\cdots+N(x)=42$ 가 성립되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x=17$

해설

$N(1)+\cdots+N(3)=1\times3=3$
$N(4)+\cdots+N(8)=2\times5=10$
$N(9)+\cdots+N(15)=3\times7=21$
$N(16)+N(17)=4\times2=8$
$x=17$ 일 때, 성립

19. $100 \le a \le 200$ 일 때, $\sqrt{7a}$ 가 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 287

해설

$a = 7 \times x^2$

$100 \le 7 \times x^2 \le 200$

$14. \times \times \le x^2 \le 28. \times \times$

$x = 4,\ 5$

$a = 112,\ 175$

$\therefore\ 112 + 175 = 287$

20. 10 이하의 자연수 a, b에 대하여 $\sqrt{a+b}=n$ (n은 자연수)를 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

$a=1$인 경우, $b=3,\ 8$
$a=2$인 경우, $b=2,\ 7$
$a=3$인 경우, $b=1,\ 6$
$a=4$인 경우, $b=5$
$a=5$인 경우, $b=4$
$a=6$인 경우, $b=3,\ 10$
$a=7$인 경우, $b=2,\ 9$
$a=8$인 경우, $b=1,\ 8$, $a=9$인 경우, $b=7$
$a=10$인 경우, $b=6$
$\therefore$ 16 개