1. 다음 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수는 모두 몇 개인가?

7, 12, 15, 19, 23, 38, 45, 81

① 없다. ② 1 개 ③ 3 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

12 의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12
15 의 약수 : 1, 3, 5, 15
38 의 약수 : 1, 2, 19, 38
45 의 약수 : 1, 3, 5, 9, 15, 45
81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81
이므로 소수는 7, 19, 23 의 3 개이다.

2. $5^6 \times \square$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$21 = 7 \times 3 = (6+1) \times (2+1)$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore$ 4

3. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$

① 4 개 ② 6 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$(개)이므로
공약수의 개수는 9 개이다.

4. 가로의 길이가 72cm, 세로의 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

5. 다음 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

두 수 12, 18 의 공배수는 $\square$ 의 배수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

12 의 배수는 12, 24, 36, 48, · · · 이고,
18 의 배수는 18, 36, 54, · · · 이므로 12 와 18 의 공배수는 36, 72, 108, · · · 이다.
따라서 36 의 배수이다.

6. 가로의 길이가 6 cm, 세로의 길이가 8 cm, 높이가 12 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리 길이는?

① 24 cm ② 32 cm ③ 48 cm ④ 50 cm ⑤ 54 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 24 cm 이다.

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 6 & 8 & 12 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 6 \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 1 \end{array}$$

7. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 16, 나머지가 4 이었다. x 를 8로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 16 \times y + 4 = 8 \times y \times 2 + 4$ 이다. 따라서 8 로 나누었을 때의 나머지는 4 이다.

8. $2^5 = a,\ 3^b = 243$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 16,\ b = 4$ ② $a = 16,\ b = 5$ ③ $a = 32,\ b = 4$

④ $a = 32,\ b = 5$ ⑤ $a = 32,\ b = 6$

해설

$2^5 = 32,\ 3^5 = 243$ 이므로 $a = 32,\ b = 5$ 이다.

9. 252를 소인수분해한 후, 소인수의 합을 바르게 구한 것은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 15

해설

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$, 소인수 : $2, 3, 7$

$2 + 3 + 7 = 12$

10. $28 \times x = \dfrac{588}{y} = z^2$ 을 만족하는 자연수 z 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$28 \times x = \dfrac{588}{y} = z^2$

$28 \times x$ 와 $\dfrac{588}{y}$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$2^2 \times 7 \times x = \dfrac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y}$ 에서

$2^2 \times 7 \times x = z^2$ 을 만족하는 x 는 $7,\ 7 \times 2^2,\ 7 \times 3^2,\ 7 \times 4^2,\ \cdots$ 이고

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2$, $2^4 \times 7^2$, $2^2 \times 3^2 \times 7^2$, $2^6 \times 7^2,\ \cdots$ 이다.

$\dfrac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} = z^2$ 을 만족하는 y 는 $3, 2^2 \times 3,\ 3 \times 7^2,\ 2^2 \times 3 \times 7^2$ 이고

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2$, 7^2 , 2^2 , 1 이다.

따라서 두 식을 동시에 만족하는 값은

$x = 7,\ y = 3,\ z = 14$ 이다.

11. 다음 중 200 의 약수가 아닌 것은?

① 2×5 ② $2^2 \times 5^2$ ③ 2×5^3

④ $2^3 \times 5$ ⑤ 5^2

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$

200 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③이다.

12. 180 과 약수의 개수가 다른 수는?

① 210 ② 300 ③ 2450 ④ 700 ⑤ 1575

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

① $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

② $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $3 \times 2 \times 3 = 18$ (개)

③ $2450 = 2 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로 $2 \times 3 \times 3 = 18$ (개)

④ $700 = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

⑤ $1575 = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

13. 108과 144의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $144 = 2^4 \times 3^2$ 이므로
최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이다.
$\therefore$ 최대공약수의 약수 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$

14. 교내 수학왕 대회에서 상품으로 받은 연필 32 자루, 노트 48 권, 지우개 96 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 16 명

해설

똑같이 나누어 주려면 학생 수는 32, 48, 96 의 공약수이어야 하고, 최대한 많은 학생들에게 나누어 주려고 하므로 32 와 48 과 96 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r|lll} 4 & 32 & 48 & 96 \\ \hline 4 & 8 & 12 & 24 \\ \hline & 2 & 3 & 6 \end{array}$$

$\therefore 4 \times 4 = 16$ 명

15. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

32 와 120 의 최대공약수이므로 8 이다.

16. 우리 반은 교실청소는 여학생 16 명이 4 명씩, 특별구역청소는 남학생 30 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인지 구하여라.

▶ 답 : 주 후

▷ 정답 : 20 주 후

해설

여학생은 $16 \div 4 = 4$ (주)마다, 남학생은 $30 \div 6 = 5$ (주)마다 당번이 돌아오므로 4 와 5 의 최소공배수 20 주마다 동시에 청소를 하게 된다.

17. 두 자연수 A, B 에 대하여 두 수의 최대공약수를 $A \bullet B$, 두 수의 최소공배수를 $A * B$ 로 나타낼 때, $(80 \bullet 144) * (36 \bullet 126)$ 의 값을 구하면?

① 122 ② 138 ③ 144 ④ 152 ⑤ 164

해설

$80 = 2^4 \times 5$, $144 = 2^4 \times 3^2$,

$80 \bullet 144 = 2^4$,

$36 = 2^2 \times 3^2$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$,

$36 \bullet 126 = 2 \times 3^2$,

$(2^4) * (2 \times 3^2) = 2^4 \times 3^2 = 144$

18. 두 분수 $\frac{55}{42}$, $\frac{22}{35}$ 에 같은 수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다. 이러한 수 중 가장 작은 수를 곱하여 만들어진 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

곱해야 할 수는 분자가 42, 35 의 최소공배수이고, 분모가 55, 22 의 최대공약수인 분수이다.

분자 : $7 \times 6 \times 5 = 210$, 분모 : 11

$\frac{55}{42} \times \frac{210}{11} = 25$, $\frac{22}{35} \times \frac{210}{11} = 12$

$\therefore\ 25 + 12 = 37$

19. 네 자리의 정수 41□2 가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록 □ 안에 알맞은 수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

3 의 배수는 자리 수의 합이 3 의배수 이므로 $41\square2 \Rightarrow 4+1+\square+2=7+\square$ 에서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.

4 의 배수는 마지막 두 자리가 4 의 배수이어야 하므로 $41\square2 \Rightarrow \square2$ 에서

□ 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.

따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.

20. 6 으로 나누면 5 가 남고, 5 로 나누면 4 가 남고, 4 로 나누면 3 이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

① 116 ② 117 ③ 118 ④ 119 ⑤ 120

해설

구하는 수를 x 라 하면 $(x+1)$ 은 6, 5, 4 의 공배수이다.

$$\begin{array}{r|lll} 6 & 6 & 5 & 4 \\ \hline & 3 & 5 & 2 \end{array}$$

$\therefore$ 최소공배수 $= 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는 $60 \times 2 = 120$ 이고

$x + 1 = 120 \quad \therefore \ x = 119$