

1. 100 이하의 자연수 중 18의 배수의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

18, 36, 54, 72, 90 이므로 5 개이다.

2. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

① $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$

② $\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$

③ $\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$

④ $\frac{1}{2^2 \times 3^2}$

⑤ $\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

3. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

2 9 14 23 34 47 81

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 3 개

해설

소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이다.

9 의 약수 : 1, 3, 9

14 의 약수 : 1, 2, 7, 14

34 의 약수 : 1, 2, 17, 34

81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81

2 의 약수 : 1, 2

23 의 약수 : 1, 23

47 의 약수 : 1, 47

따라서 소수는 2, 23, 47 의 3 개이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 161 은 소수가 아니다.
- ② 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
- ③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.
- ④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.
- ⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

해설

- ② 자연수 1은 약수가 1개이다.
- ④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

5. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
따라서 $x = 2, y = 5$
 $y - x = 3$

6. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588 보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

7. 18 의 약수의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 5개

④ 6개

⑤ 8개

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개) 이다.

8. □안에 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

18의 소인수분해 : □×□×□

24의 소인수분해 : □×□×□×□

최대공약수 : □×□

- ① 2, 1, 2 ② 2, 3, 3 ③ 3, 1, 2 ④ 3, 2, 2 ⑤ 3, 2, 3

해설

18의 소인수분해 : 2×3×3

24의 소인수분해 : 2×2×2×3

최대공약수 : 2×3

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 9의 약수는 1, 3, 9이다.
- ② 18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
- ③ 9와 18의 최대공약수는 9이다.
- ④ 9와 18의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9의 약수와 같다.
- ⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 2개이다.

해설

⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 최대공약수 9의 약수와 개수와 같으므로 3개이다.

10. 다음 중 12 의 배수이면서 동시에 15 의 배수가 되는 수는?

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 60 ⑤ 100

해설

12 와 15 의 최소공배수인 60 의 배수를 찾으면 된다.

11. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 15 , 나머지가 2 이었다. 이때, x 를 5 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = y \times 15 + 2 = 5 \times y \times 3 + 2$ 이다.
따라서 나머지는 2 이다.

12. 24를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

어떤 수를 나누어 떨어지게 하는 수를 그 어떤 수의 약수라 한다.
24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

13. 350 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 350 &= 2 \times 5^2 \times 7 \\ \therefore 1 + 2 + 1 &= 4 \end{aligned}$$

14. 25의 소인수의 개수와 156의 소인수의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

$25 = 5^2$, $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로
25의 소인수는 5, 156의 소인수는 2, 3, 13
 $\therefore 1 + 3 = 4$

15. $2 \times 3 \times \square$ 는 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 8 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2 \times 3 \times a^n$$

$$(1+1) \times (1+1) \times (n+1) = 8 \therefore n = 1$$

2, 3 을 제외한 가장 작은 소수는 5 이므로 $5^1 = 5$

16. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 36, 66

② 21, 49

③ 25, 52

④ 34, 51

⑤ 18, 94

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 다음과 같다.

① $36 = 2^2 \times 3^2$

$66 = 2 \times 3 \times 11$

두 수의 최대공약수는 2×3 이다.

② $21 = 3 \times 7$

$49 = 7^2$

두 수의 최대공약수는 7이다.

③ $25 = 5^2$

$52 = 2^2 \times 13$

두 수의 최대공약수는 1이다.

④ $34 = 2 \times 17$

$51 = 3 \times 17$

두 수의 최대공약수는 17이다.

⑤ $18 = 2 \times 3^2$

$94 = 2 \times 47$

두 수의 최대공약수는 2이다.

17. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고
 $2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.
따라서 $m = 3$

18. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 12 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 5 는 12 의 약수가 아니다.

19. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14m ② 16m ③ 18m ④ 20m ⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $48 = x \times \square$, $32 = x \times \triangle$
 x 는 48과 32의 최대공약수이므로
 $48 = 2^4 \times 3$, $32 = 2^5$
 $\therefore x = 2^4 = 16$ (m)

20. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 \div 3$, $38 \div 2$, $32 \div 2$,
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

21. 가로 길이가 6 cm, 세로 길이가 8 cm, 높이가 12 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리 길이는?

- ① 24 cm ② 32 cm ③ 48 cm ④ 50 cm ⑤ 54 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 24 cm 이다.

2)	6	8	12
2)	3	4	6
3)	3	2	3
	1	2	1

22. 세 자연수 3, 4, 5 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 모두 2인 자연수 중에서 가장 작은 세 자리 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 122

해설

구하는 수는 (3, 4, 5의 공배수) + 2
3, 4, 5 의 최소공배수는 60이고 60의 배수는
60, 120, 180, ... 이다.
따라서 가장 작은 세 자리의 수는
 $120 + 2 = 122$ 이다.

23. 두 수 $2 \times a \times 7^2$ 과 $b \times 5 \times 7 \times 13$ 의 최대공약수가 $2 \times 5 \times 7$ 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 13 ⑤ 14

해설

최대공약수가 $2 \times 5 \times 7$ 이므로 $a = 5$,
최소공배수가 $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13$ 이므로 $b = 2^3 = 8$
따라서 $a + b = 13$ 이다.

24. 72에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$72 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$a = 2$$

$$2^3 \times 3^2 \times 2 = b^2$$

$$2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

25. 15, 18, 30 의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$$15 = 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 90$$

26. 두 수 15 과 20 의 공배수 중 400 이하인 것의 개수는?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

15 와 20 의 공배수는 최소공배수인 60 의 배수이므로, 400 이하의 60 의 배수는
60, 120, 180, 240, 300, 360 으로 총 6개이다.

27. 어떤 상점의 네온사인 A 는 10 초 동안 켜져 있다가 2 초 동안 꺼지고, B 는 12 초 동안 켜져 있다가 3 초 동안 꺼지며, C 는 14 초 동안 켜져 있다가 4 초 동안 꺼진다. 이 세 네온사인을 동시에 켜었을 때, 처음으로 다시 동시에 켜지는 데는 몇 초가 걸리겠는가?
- ① 90 초 ② 180 초 ③ 210 초
④ 360 초 ⑤ 420 초

해설

$A : 12 = 2^2 \times 3$, $B : 15 = 3 \times 5$, $C : 18 = 2 \times 3^2$
12 와 15, 18 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이다.
∴ 180 초 후에 네온사인 A, B, C 가 다시 동시에 켜진다.

28. 두 자연수의 곱이 720 이고 최대공약수가 6 일 때, 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $720 = 6 \times (\text{최소공배수})$
따라서 최소공배수는 120 이다.

29. 두 분수 $\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 75 와 90 의 공약수이다.
75 와 90 의 최대공약수가 15 이므로 n 은 1, 3, 5, 15 이다.

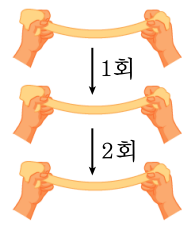
30. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘어 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?
- ① 4 회

② 5 회

③ 6 회

④ 7 회

⑤ 8 회



해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 (2×2×2) 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수(가닥)	국수의 가닥수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2 ¹
2회	2×2=4	2 ²
3회	2×2×2=8	2 ³
4회	2×2×2×2=16	2 ⁴
5회	2×2×2×2×2=32	2 ⁵
⋮	⋮	⋮

2⁵ = 32, 2⁶ = 64, 2⁷ = 128, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

31. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3$

32. 가로 길이가 54cm, 세로 길이가 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90의 최대공약수이므로
 $54 = 2 \times 3^3$
 $2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$
 $\therefore a = 18$
정육면체의 개수는
 $(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90$ (개)
 $\therefore b = 90$
 $\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$

33. 어떤 세 자연수의 비가 $2:3:4$ 이고 최대공약수가 6 일 때, 세 자연수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{array}{r} a) 2 \times a \quad 3 \times a \quad 4 \times a \\ 2) \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

최대공약수는 $a = 6$ 이고,
최소공배수는 $a \times 2^2 \times 3 = 6 \times 2^2 \times 3 = 72$ 이다.