

1. 다음 중 x 에 관한 이차방정식이 아닌 것은?

① $\frac{1}{2}x^2 = 0$

② $(x-1)(x+1) = 0$

③ $(x+3)^2 = 2x$

④ $\frac{x^2+1}{3} = -3$

⑤ $(x+2)(x-2) = x^2 + x + 1$

해설

⑤ $x^2 - 4 = x^2 + x + 1$

$\therefore x + 5 = 0$ (일차 방정식)

2. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 이라고 한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

3. 식 $2(x+2)^2 = x^2 - x$ 을 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, b 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$2(x+2)^2 = x^2 - x$$

$$2(x^2 + 4x + 4) = x^2 - x$$

$$2x^2 + 8x + 8 = x^2 - x$$

$$x^2 + 9x + 8 = 0$$

$$\therefore b = 9$$

4. 다음 등식 중에서 이차방정식에 해당하는 글자를 차례대로 쓰면 어떠한 문장이 된다.

이차방정식인 것을 골라 문장을 구하여라.

- ㉠ $4x(x-1) = 3x+1$ 신
- ㉡ $2x^2+1 = 2x(x-1)$ 바
- ㉢ $-x^2+5x-2$ 램
- ㉣ $(x-1)(x+2) = 0$ 나
- ㉤ $4x^2+1 = 4(x+1)$ 는
- ㉥ $6x-1$ 방
- ㉦ $x^2+2x = x^2-1$ 정
- ㉧ $2(x-1)(x+1) = 2x^2+1$ 식
- ㉨ $10x^2+5x-12 = 0$ 수
- ㉩ $x(x+2) = 0$ 학

▶ 답 :

▷ 정답 : 신나는 수학

해설

- ㉠ x 에 대한 이차방정식이다.
㉡ 정리하면 $2x+1=0$: x 에 대한 일차방정식이다.
㉢ x 에 대한 이차식이다.
㉣ 정리하면 $x^2+x-2=0$: x 에 대한 이차방정식이다.
㉤ x 에 대한 이차방정식이다.
㉥ x 에 대한 일차식이다.
㉦ 정리하면 $2x+1=0$: x 에 대한 일차방정식이다.
㉧ 정리하면 $0=3$: 이차방정식이 아니다. 거짓인 등식이다.
㉨ x 에 대한 이차방정식이다.
㉩ x 에 대한 이차방정식이다.

5. 이차방정식 $3(x-4)^2 = (x+2)(x-7)$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, $a > 0, a, b, c$ 는 정수)

① 45 ② 46 ③ 47 ④ 48 ⑤ 49

해설

$$\begin{aligned} 3(x-4)^2 &= (x+2)(x-7) \\ 3x^2 - 24x + 48 &= x^2 - 5x - 14 \\ 2x^2 - 19x + 62 &= 0 \\ a = 2, \quad b = -19, \quad c = 62 \\ \therefore a + b + c &= 45 \end{aligned}$$

6. 다음 중 이차방정식인 것은?

① $2x^2 = 2(x^2 - 3)^2$

② $x^2 = -2x - 1$

③ $(x - 3)^2 = (3 - x)^2$

④ $x(x - 4) = x^2 - 4$

⑤ $x - 4 = 5x$

해설

② 모든 항을 좌변으로 이항하면 $x^2 + 2x + 1 = 0$ 이다.

7. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$ 를 정리하면,

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{ 이다.}$$

8. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 를 정리하면,

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

따라서 $a-20=0$, $2+4c=0$, $b-12=0$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

9. 다음 중에서 $x = 0$ 과 $x = 2$ 를 모두 해로 가지는 이차방정식은?

① $x(x + 2) = 0$

② $x(x - 2) = 0$

③ $(x - 1)(x + 2) = 0$

④ $(x - 2)^2 = 0$

⑤ $x^2 = 0$

해설

$x = 0$ 과 $x = 2$ 를 대입했을 때 모두 성립하는 것은 ②뿐이다.

10. 다음 이차방정식 중에서 [] 안의 수가 해가 되는 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $(x-3)^2 = 4x$ [1]

② $(x+2)(x-3) = 14$ [-1]

③ $x^2 + 2x - 3 = 0$ [3]

④ $x^2 = -4x + 12$ [-2]

⑤ $2x(x-3) = 0$ [0]

해설

[] 안의 수를 각 식의 x 에 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

① $(x-3)^2 = 4x$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $4 = 4$ 가 되어 성립한다.

⑤ $2x(x-3) = 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 = 0$ 이 되어 성립한다.

11. 이차방정식 $x^2 - 5 = 0$ 의 해는?

① $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

② $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

③ $x = \pm \sqrt{5}$

④ $x = \pm \frac{5}{2}$

⑤ $x = \pm 5$

해설

$$x^2 - 5 = 0, x^2 = 5$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}$$

12. x 가 $-1, 0, 1$ 일 때, 이차방정식 $x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4 \text{ 또는 } x = 1$$

13. x 가 $-1, 0, 1$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-1, 4$ ⑤ 4

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

14. 이차방정식 $x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $ab(a+b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned}(x-a)(x-b) &= 0 \\ x^2 - (a+b)x + ab &= 0 \\ a+b &= 7, \quad ab = 2 \\ \therefore ab(a+b) &= 14\end{aligned}$$

15. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0$ 이므로

$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$

$\therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B$
 $= 3A^2 - A + B^2 - 3B$
 $= -2 + 6 = 4$

16. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

- ① $x = 1, x = 3$ ② $x = 1, x = 5$ ③ $x = 1$
④ $x = 2, x = 3$ ⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

17. $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 두 근이 1, b 일 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -5$

▷ 정답 : $b = 4$

해설

$1^2 + a + 4 = 0$ 이므로 $a = -5$

즉, $x^2 - 5x + 4 = 0$ 이므로 $(x - 1)(x - 4) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 4$

따라서 $b = 4$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$, $x = -4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

19. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① -15 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

20. 두 이차방정식 $x^2 + 3\sqrt{3}x - a = 0$ 과 $x^2 - 2\sqrt{3}x + b = 0$ 이 모두 $\sqrt{3}$ 을 근으로 가질 때, 상수 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$x = \sqrt{3}$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$3 + 9 - a = 0 \quad \therefore a = 12$$

$$3 - 6 + b = 0 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore ab = 36$$

21. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

22. 이차방정식 $x^2 - ax - 12 = 0$ 의 한 근이 -3 이고 다른 한 근은 $3x^2 - 11x + b = 0$ 의 근 일 때, ab 의 값은?

① -92 ② -12 ③ -4 ④ 4 ⑤ 92

해설

$$x^2 - ax - 12 = 0 \text{ 에 } x = -3 \text{ 을 대입하면 } 9 + 3a - 12 = 0, a = 1$$

$$x^2 - x - 12 = 0, (x - 4)(x + 3) = 0$$

$$\text{다른 한 근은 } x = 4$$

$$3x^2 - 11x + b = 0 \text{ 에 } x = 4 \text{ 를 대입하면 } 48 - 44 + b = 0, b = -4$$

$$\therefore ab = 1 \times (-4) = -4$$

23. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1

② 0

③ $\pm \sqrt{3}$

④ $\pm \sqrt{2}$

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$

양변을 α 로 나누면 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

24. 이차방정식 $x^2 + px + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a - \frac{1}{a} = p - 2$ 가 성립하도록 p 의 값을 구하면? (단 $a \neq 0$)

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$x = a$ 를 이차방정식에 대입하면 $a^2 + pa + 1 = 0$
양변을 a 로 나누면

$$a + p + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = -p \cdots \textcircled{1}$$

$$a - \frac{1}{a} = p - 2 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 하면 $2a = -2$, $a = -1$

$a = -1$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $-1 + (-1) = -p$

$\therefore p = 2$

25. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 3 = 0$,
 $ak^2 + bk = -3$ 이므로
 $ak^2 + bk + 5 = -3 + 5 = 2$

26. $x = \alpha$ 가 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 한 근일 때, $\alpha - \frac{2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 + 3\alpha - 2 = 0$

양변을 α 로 나누어 주면 $\alpha + 3 - \frac{2}{\alpha} = 0$

$\therefore \alpha - \frac{2}{\alpha} = -3$

27. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

28. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

29. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

30. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$