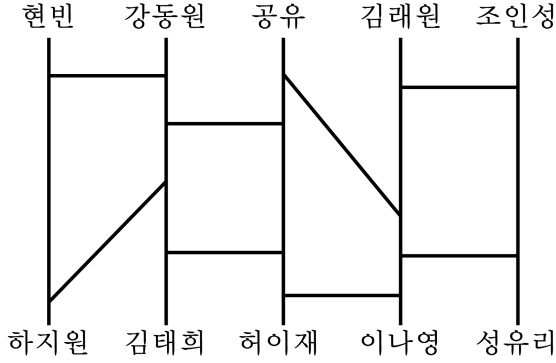


1. 남녀 혼성 장기자랑에 참여한 H 남고 남학생 5명과 S 여고 여학생 5명이 파트너를 정하려고 한다. 남녀 한 명도 빠짐없이 팀을 이루기 위한 방법으로 사다리타기로 파트너를 정하기로 하였다. 현빈과 김태희가, 강동원과 이나영이, 공유와 성유리가, 김래원과 허이재가 짝을 이루었다면 남은 조인성의 파트너는 누구인가?



- ① 하지원 ② 성유리 ③ 이나영
- ④ 허이재 ⑤ 김태희

해설

일대일 대응이므로 조인성-하지원이 파트너가 된다.

2. 자연수 전체의 집합 N 에 대하여 함수 $f : N \rightarrow N$ 을 $f(n) = (n\text{의 양의 약수의 개수})$ 로 정의한다. 이 때, 집합 $A = \{n | f(n) = 2\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은 무엇인가?

① $1 \in A$

② $2 \in A$

③ $4 \in A$

④ $6 \in A$

⑤ $10 \in A$

해설

$f(n) = 2$ 란 소수를 말함. 따라서 정답은 ②

3. 다음 함수 중 좌표평면에서 그 그래프가 임의의 직선과 항상 만나는 것은 무엇인가?

① $y = |x|$

② $y = x^2$

③ $y = \sqrt{x}$

④ $y = x^3$

⑤ $y = \frac{1}{x}$

해설

각 함수의 그래프를 그려보거나,
정의역, 치역 관계를 조사해 보면 쉽게 알 수 있다.
 x, y 전체 실수 구간에서 그래프가
그려지는 함수는 $y = x^3$ 뿐이다.

4. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는?

① 12 개 ② 27 개 ③ 36 개 ④ 64 개 ⑤ 81 개

해설

집합 X 의 원소 $-1, 0, 1$ 에 대응될 수 있는
집합 Y 의 원소가 각각 4개씩이므로
 $4 \times 4 \times 4 = 64$ (개)

5. 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{5}{6}$

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$(f \circ g)(x) = 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ = 2ax + 4 \cdots \textcircled{A}$$

$$(g \circ f)(x) = af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ = 2ax + 6a - 1 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

6. 함수 $f(x) = ax - 1$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같도록 상수 a 의 값을 정하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$y = f(x)$ 라 하면 $y = ax - 1$

이것을 x 에 대하여 정리하면 $ax = y + 1$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$$

그런데 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이고 모든 실수에 대하여 성립해야 하므로

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{a} = ax - 1$$

$$\therefore \frac{1}{a} = a \text{ 이고 } \frac{1}{a} = -1 \text{ 이어야 하므로}$$

$$\therefore a = -1$$

7. $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ -2x & (x \geq 0) \end{cases}$ 일 때, $(f^{-1} \circ f^{-1})(4)$ 의 값은 얼마인가?

① -1

② 0

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 4

해설

$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = (f \circ f)^{-1}(4) = a$ 라 놓으면,

$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = 4$

$f(-2) = (-2)^2 = 4$ 이므로 $f(a) = -2$

또, $f(1) = -2 \cdot 1 = -2$

$\therefore a = 1$

8. 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

- ① $(f^{-1})^{-1} = f$
- ② $g \circ f \neq f \circ g$
- ③ $(g \circ f)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$
- ④ $f \circ f^{-1} = I$
- ⑤ $(g \circ f) \circ h = g \circ (f \circ h)$

해설

$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \neq g^{-1} \circ f^{-1}$
즉, 옳지 않은 것은 ③이다.

9. 두 함수 f, g 가 일대일대응일 때, 다음 중 $g \circ (f \circ g)^{-1}$ 와 같은 것을 고르면?

① f

② f^{-1}

③ g

④ g^{-1}

⑤ $g \circ f^{-1}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)^{-1} &= g^{-1} \circ f^{-1} \text{ 이므로} \\ g \circ (f \circ g)^{-1} &= g \circ (g^{-1} \circ f^{-1}) \\ &= (g \circ g^{-1}) \circ f^{-1} \\ &= f^{-1}\end{aligned}$$

10. 함수 $y = |x - 3| - 1$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1

② 2, 0

③ 2, -1

④ 1, -1

⑤ 1, -2

해설

$0 \leq x \leq 4$ 에서

$$y = |x - 3| - 1$$

$$= \begin{cases} x - 4 & (3 \leq x \leq 4) \\ -x + 2 & (0 \leq x < 3) \end{cases}$$

따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림

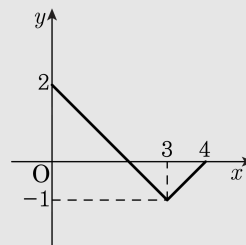
과 같으므로

$x = 0$ 일 때

최댓값은 2이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1이다.



11. $\frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+4} \times \frac{2x^2+3x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2-3x-2}{x^2+3x-4}$ 을 간단히 하면 ?

- ① $\frac{4}{x-3}$ ② $\frac{1}{x+4}$ ③ $\frac{2}{x+2}$ ④ 1 ⑤ 0

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\ &\quad \div \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-1)(x+4)} \\ &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\ &\quad \times \frac{(x-1)(x+4)}{(x-2)(2x+1)} = 1 \end{aligned}$$

12. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$

$\therefore a=-1$, $b=-2$

$\therefore a+b=-1-2=-3$

13. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -25$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{-x+2(y+4z)-8 \times z}{-5+2 \times 2-8 \times 3} \\ &= \frac{-x+2y+8z-8z}{-5+4-24} = \frac{-x+2y}{-25} \\ & \therefore A = -25 \end{aligned}$$

14. $-1 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} + |a+1|$ 을 간단히 하면?

① 3

② -3

③ $2a - 1$

④ $2a + 1$

⑤ $-2a + 1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-2)^2} + |a+1| &= |a-2| + |a+1| \\ &= -(a-2) + a+1 = 3\end{aligned}$$

15. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로
주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.
 $\therefore 2 + (-3) = -1$

16. 두 함수 $f(x) = x^2 - 5$, $g(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 0) \\ x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 $(g \circ f)(2) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

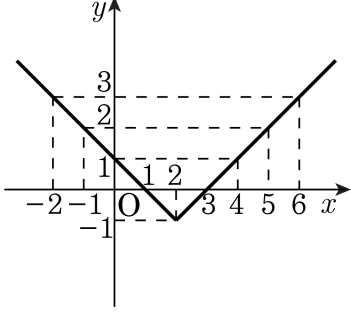
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} (g \circ f)(2) + (g \circ f)(3) &= g(f(2)) + g(f(3)) \\ &= g(-1) + g(4) \\ &= (-1)^2 + 2 \times 4 \\ &= 9 \end{aligned}$$

17. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(f(x)) = 0$ 의 모든 근의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$f(f(x)) = 0$ 에서 $f(x) = X$ 라 하면
 $f(X) = 0$ 이므로 $X = 1$ 또는 $X = 3$
 $X = 1$ 즉, $f(x) = 1$ 일 때, $x = 0, 4$
 $X = 3$ 즉, $f(x) = 3$ 일 때, $x = -2, 6$
따라서, 모든 근의 합은 $0 + 4 + (-2) + 6 = 8$ 이다.

18. 함수 $f(x) = x + 1$ 라 할 때, $f^{10}(2)$ 의 값을 구하여라. (단, $f^2 = f \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x+1) \\ &= (x+1) + 1 = x+2 \\ f^3(x) &= (f^2 \circ f)(x) = f^2(f(x)) = f^2(x+1) \\ &= (x+1) + 2 = x+3 \\ f^4(x) &= (f^3 \circ f)(x) = f^3(f(x)) = f^3(x+1) \\ &= (x+1) + 3 = x+4 \\ &\quad \dots \end{aligned}$$

$$f^n(x) = x + n$$

$$\therefore f^{10}(2) = 2 + 10 = 12$$

19. 두 집합 $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid a \leq y \leq b\}$ 에서 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = 3x - 1$ 의 역함수 $f^{-1} : Y \rightarrow X$ 가 존재할 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

함수 $f(x)$ 는 역함수가 존재하므로 일대일 대응이다. 따라서 함수 $f(x)$ 는 점 $(0, a)$, $(2, b)$ 를 지나야 한다.

$$a = f(0) = -1, b = f(2) = 5$$

$$\therefore a + b = 4$$

20. $\frac{x^3-x}{x^2-x} + \frac{x^4-1}{x^2-1} - \frac{x^2-2x-3}{x+1} \times \frac{x+2}{x^2-x-6}$ 을 계산하면?

- ① x^2+x+1 ② $\frac{x^2+1}{x-1}$ ③ $\frac{2x}{x^2-1}$
④ x^2-1 ⑤ $\frac{2x-1}{x^2-x}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x(x+1)(x-1)}{x(x-1)} + \frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2-1} \\ & - \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} \times \frac{x+2}{(x-3)(x+2)} \\ & = x+1+x^2+1-1 = x^2+x+1 \end{aligned}$$

21. 분수식 $\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x}$ 을 간단히 하면?

- ① $-\frac{x-3}{x(x+1)}$
- ② $\frac{x-3}{x(x+1)}$
- ③ $\frac{x+3}{x(x+1)}$
- ④ $\frac{x+3}{x(x-1)}$
- ⑤ $\frac{x-3}{x(x-1)}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{2x(x-1) + (3x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{5x^2-x-2}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{(5x^3-x^2-2x) - (5x^2-7x+3)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x^2+2x-3}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{(x+3)(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

해설

분자의 차수를 줄여서 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x} \\ &= \frac{2(x+1)-2}{x+1} + \frac{3(x-1)+1}{x-1} - \frac{5(x^2-x)-2x+3}{x^2-x} \\ &= (2+3-5) + \frac{-2}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{-2(x-1)+x+1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{x(-x+3) + (2x-3)(x+1)}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)(x+3)}{x(x+1)(x-1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

22. 부분분수를 이용하여 다음을 만족시키는 양수 x 를 구하여라.

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} = \frac{4}{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식을 부분분수로 나타내면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \right\} \\ & = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+8} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{x(x+8)} = \frac{4}{x(x+8)} \\ & = \frac{4}{9} \\ & \therefore x(x+8) = 9 \\ & x^2 + 8x - 9 = (x-1)(x+9) = 0 \\ & x > 0 \text{ 이므로 } x = 1 \end{aligned}$$

23. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 5$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= 1 - \frac{x-1}{x-1-x} \\ &= 1+x-1=x \\ \therefore x &= 5 \end{aligned}$$

24. $\frac{3}{a} + \frac{3}{b} = \frac{16}{a+b}$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{8}{3}$

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{14}{3}$

④ $\frac{16}{3}$

⑤ $\frac{17}{3}$

해설

$$\frac{3}{a} + \frac{3}{b} = \frac{16}{a+b}, \quad \frac{3(a+b)}{ab} = \frac{16}{a+b}$$

$$3(a+b)^2 = 16ab \quad \therefore 3a^2 - 10ab + 3b^2 = 0$$

$$(3a-b)(a-3b) = 0 \quad \therefore \frac{b}{a} = 3, \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

25. 무리수 $\sqrt{3-\sqrt{8}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $n < a-b < n+1$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라. (단, n 은 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$$

정수 부분(a) : 0, 소수 부분(b) : $\sqrt{2}-1$

$$n < 0 - \sqrt{2} + 1 < n + 1$$

$$n - 1 < -\sqrt{2} < n$$

$$n - 1 < -1.414 \cdots < n$$

$$\therefore n = -1$$

26. $x = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}$, $y = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

해설

$$x = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{4}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$y = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{4}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\therefore x+y = \sqrt{5}, \quad x-y = 1$$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} = \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{1} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

27. 다음 중 평행이동에 의하여 그 그래프를 $y = \frac{1}{x}$ 과 겹칠 수 없는 것은?

- ① $y = \frac{-x}{x+1}$ ② $y = \frac{x}{x-1}$ ③ $y = \frac{2x+1}{2x-1}$
 ④ $y = \frac{x-1}{x}$ ⑤ $y = \frac{2x-5}{x-3}$

해설

$$\textcircled{1} \ y = \frac{-(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 1$$

$$\textcircled{2} \ y = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$\textcircled{3} \ y = \frac{(2x-1)+2}{2x-1} = \frac{1}{x-\frac{1}{2}} + 1$$

$$\textcircled{4} \ y = \frac{x-1}{x} = -\frac{1}{x} + 1$$

$$\textcircled{5} \ y = \frac{2x-5}{x-3} = \frac{2(x-3)+1}{x-3} = \frac{1}{x-3} + 2$$

따라서 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이 아닌 것은 ④이다.

28. 분수함수 $y = \frac{3x+1}{x-1}$ 의 그래프가 두 직선 $y = x+m$, $y = -x+n$ 에 대하여 대칭일 때, $m+n$ 의 값을 구하면? (단, m, n 은 상수)

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$$y = \frac{3x+1}{x-1} = \frac{3(x-1)+4}{x-1} = \frac{4}{x-1} + 3 \text{ 이므로}$$

주어진 분수함수의 그래프는 두 점근선

$x=1$, $y=3$ 의 교점 $(1, 3)$ 을 지나고

기울기가 ± 1 인 직선에 대칭이다.

즉, 두 직선 $y = x+m$, $y = -x+n$ 은

점 $(1, 3)$ 을 지나므로

$3 = 1+m$, $3 = -1+n$ 에서

$m=2$, $n=4 \therefore m+n=6$

29. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나고 $x = 1, y = 2$ 를 점근선으로 할 때 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가

$x = 1, y = 2$ 를 점근선으로 하므로

$y = \frac{k}{x-1} + 2$ 로 놓을 수 있다.

이것이 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$2 = -k + 2 \quad \therefore k = 0$

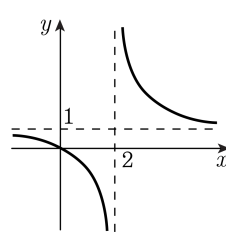
따라서 $y = \frac{2(x-1)}{x-1} = \frac{2x-2}{x-1}$ 에서

$a = 2, b = -2, c = -1$

$\therefore a + b + c = 2 - 2 - 1 = -1$

30. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2



해설

점근선이 $x=2$, $y=1$ 이므로

$$y = \frac{ax+b}{x+c} = a + \frac{b-ac}{x+c} \text{ 에서 } a=1, c=-2 \text{ 이다.}$$

그리고 원점을 지나므로 $b=0$ 이다.

$$\therefore a+b+c = -1$$

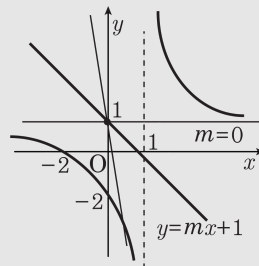
31. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $0 < m \leq 12$ ② $-12 \leq m < 0$ ③ $-12 < m \leq 0$
 ④ $0 \leq m < 12$ ⑤ $-12 \leq m \leq 12$

해설

$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-1+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

(i) 그림에서 $m = 0$ 일 때
 두 그래프는 만나지 않는다.



(ii) $y = \frac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$$\frac{x+2}{x-1} = mx + 1$$

$$\text{즉, } mx^2 - mx - 3 = 0$$

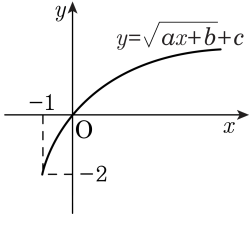
이때, 판별식을 D 라 하면

$$D = m^2 + 12m < 0, \quad m(m+12) < 0$$

$$\therefore -12 < m < 0$$

(i), (ii) 에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는
 $-12 < m \leq 0$

32. 함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의
그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼
평행이동한 것이므로
 $y = \sqrt{ax+b} + c$
 $\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)} - 2$
이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)} - 2$
 $\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$
 $y = \sqrt{4x+4} - 2$
 $\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$

33. 다음 보기에서 무리함수 $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

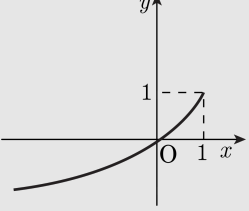
보기

- ㉠ $a = -1$ 이면 그래프는 제2사분면을 지난다.
- ㉡ $a > 0$ 이면 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
- ㉢ $a < 0$ 이면 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
- ㉤ $y = \sqrt{x} + 1$ 의 그래프와 만날 수 있다.

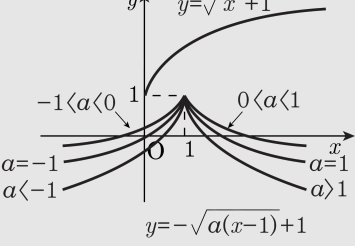
- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉤

해설

㉠ $a = -1$ 이면 주어진 무리함수는 $y = -\sqrt{-(x-1)} + 1$
 $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한
것이므로 그래프는 오른쪽과 같다.
따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



㉡, ㉢ $a > 0$ 또는 $a < 0$ 일 때
항상 $\sqrt{a(x-1)} \geq 0$ 이므로 치역은 $\{y|y \leq 1\}$
㉤ $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프는
아래와 같으므로 $y = \sqrt{x} + 1$ 의
그래프와 만나지 않는다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.



34. $1 \leq x \leq a$ 일 때, $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6이다.
 $a+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$1 \leq x \leq a$ 에서, 함수 $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 은 증가함수이므로
 $x = 1$ 일때 최솟값을 가진다.

$$\text{곧, } m = \sqrt{2-1} + 3 = 4$$

$$\therefore m = 4$$

또한, $x = a$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{2a-1} + 3$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore a + m = 9$$

35. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 $f(x) = \sqrt{x-2} + 2$, $g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때 $(f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \cdot g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \cdot f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3) = 6$$

36. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = ax + |x - 2| + 3$ 이 일대일 대응이 되도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$ 또는 $a > 0$

② $-1 \leq a \leq 1$

③ $-2 < a < 2$

④ $a < -1$ 또는 $a > 1$

⑤ $a \geq 1$

해설

(i) $x \geq 2$ 일 때 $f(x) = ax + x - 2 + 3 = (a + 1)x + 1$

(ii) $x < 2$ 일 때 $f(x) = ax - (x - 2) + 3 = (a - 1)x + 5$

함수 $f(x)$ 가 일대일 대응이 되려면 항상 증가하거나 감소해야

하므로 (i), (ii)에서의 두 직선의 기울기의 부호가 같아야 한다.

따라서, $(a + 1)(a - 1) > 0$ 이므로

$a < -1$ 또는 $a > 1$

37. 다음 보기의 함수 $f(x)$ 중 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $f(x) = x + 1$

㉡ $f(x) = -x$

㉢ $f(x) = -x + 1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(x+1))$
 $= f((x+1)+1) = f(x+2)$
 $= (x+2)+1 = x+3$
 $\therefore (f \circ f \circ f)(x) \neq f(x)$

㉡. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(-x))$
 $= f(-(-x)) = f(x)$

㉢. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(-x+1))$
 $= f(-(-x+1)+1) = f(x)$

따라서 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

38. 두 조건 $p : x^2 + y^2 \leq 4$, $q : |x| + |y - a| \leq 1$ 에 대하여 q 는 p 이기 위한 충분조건일 때, a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-1 < a < 1$ ② $-2 < a < 2$ ③ $-2 \leq a \leq 1$
 ④ $-1 \leq a \leq 1$ ⑤ $-2 \leq a \leq 2$

해설

두 조건 $p : x^2 + y^2 \leq 4$,
 $q : |x| + |y - a| \leq 1$ 에 대하여
 q 는 p 이기 위한 충분조건이므로
 각각의 진리집합을 P, Q 라 하면 $Q \subset P$
 이다.

$x^2 + y^2 = 4$ 는 중심이 원점이고
 반지름의 길이가 2인 원이고,

$|x| + |y - a| = 1$ 의 그래프는

$|x| + |y| = 1$ 의 그래프를

y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.

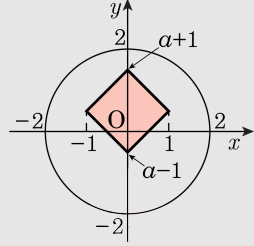
이 때 $P = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$

$Q = \{(x, y) \mid |x| + |y - a| \leq 1\}$ 이 나타내는 영역은 다음 그림과 같다.

따라서 $Q \subset P$ 이라면 다음 그림에서

$a + 1 \leq 2, a - 1 \geq -2$

$\therefore -1 \leq a \leq 1$



39. 함수 $y = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3|$ 의 최솟값을 m , 그 때의 x 의 값을 n 이라 할 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3|$ 에서

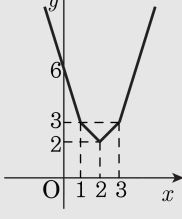
(i) $x \geq 3$ 일 때, $y = x - 1 + x - 2 + x - 3 = 3x - 6$

(ii) $2 \leq x < 3$ 일 때, $y = x - 1 + x - 2 - (x - 3) = x$

(iii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $y = x - 1 - (x - 2) - (x - 3) = -x + 4$

(iv) $x < 1$ 일 때, $y = -(x - 1) - (x - 2) - (x - 3) = -3x + 6$

따라서 $y = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3|$ 의 그래프는 다음 그림과 같고



$x = 2$ 일 때 최솟값이 2이므로 $m = 2, n = 2$

$\therefore mn = 4$

40. 서로소인 두 자연수 $m, n (m > n)$ 에 대하여 유리수 $\frac{m}{n}$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있으며 이와 같은 방법으로 $\frac{151}{87}$ 을 나타낼 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ 의 값은?
- $$\frac{m}{n} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \cdots}}}$$
- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \frac{151}{87} &= 1 + \frac{64}{87} = 1 + \frac{1}{\frac{87}{64}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{23}{64}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{64}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{18}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{18}{18} + \frac{5}{18}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{5}{18}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{3}{5}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{3}}}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}}} \end{aligned}$$

$\therefore a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 3$ 이므로
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 2 + 1 + 3 = 7$

41. $a : b = c : d$ 일 때, [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $abcd \neq 0$, $b + 2d \neq 0$, $a - 2b \neq 0$, $c - 3d \neq 0$ 이다.)

보기

㉠ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

㉡ $\frac{a}{b} = \frac{a+2c}{b+2d}$

㉢ $\frac{a+2b}{a-2b} = \frac{c+3d}{c-3d}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \dots$ 참

㉡ $\frac{a}{b} = \frac{a+2c}{b+2d} \Rightarrow a(b+2d) = b(a+2c)$

$2ad = 2bc, ad = bc \dots$ 참

㉢ $(a+2b)(c-3d) = (c+3d)(a-2b)$

$4bc = 6ad \dots$ 거짓

42. $a + \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 일 때, a^5 의 값은?

① $-\sqrt{5}$

② -2

③ -1

④ 1

⑤ $\sqrt{5}$

해설

$$a^2 + 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a$$

$$\therefore a^2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a - 1$$

$$a^5 = a^4 \cdot a = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}a - 1 \right)^2 \cdot a$$

$$= \left\{ \frac{3-\sqrt{5}}{2}a^2 - (\sqrt{5}-1)a + 1 \right\} \cdot a$$

$$= \left\{ \frac{3-\sqrt{5}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}a - 1 \right) - (\sqrt{5}-1)a + 1 \right\} \cdot a$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} - a \right) \cdot a$$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{2}a - a^2$$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{2}a - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}a - 1 \right) = 1$$

43. 유리수 a, b, c 에 대하여 $\frac{1}{a+b\sqrt{2}+c\sqrt{6}} = 1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{a+b\sqrt{2}+c\sqrt{6}} &= 1+\sqrt{2}+\sqrt{3} \text{ 에서} \\ a+b\sqrt{2}+c\sqrt{6} &= \frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} \\ &= \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})} \\ &= \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}{4} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4} \\ \therefore a &= \frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}, \quad c = -\frac{1}{4} \\ \therefore a+b+c &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

44. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3}$ 일 때, 함수 $y = |x+a| + b + c$ 의 최솟값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

f^{-1} 의 역함수가 f 이므로 $f(x) = (f^{-1})^{-1}(x)$
 $y = f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3}$ 를
 x 에 대하여 풀면, $x = \frac{3y+4}{y+2}$
 x 와 y 를 바꾸면, $y = f(x) = \frac{3x+4}{x+2}$
 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 이므로 $a = 3, b = 4, c = 2$
함수 $y = |x+3| + 6$ 은 $x = -3$ 일 때, 최솟값 6을 갖는다.

45. 두 함수 $y = \sqrt{x+1}+2$, $y = mx$ 의 그래프가 서로 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위는 $a < m \leq b$ 이다. 이 때 $a+b$ 의 값은?

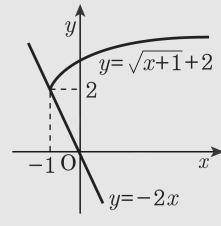
① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

다음 그림에서 두 함수의 그래프가 만나지 않으려면 m 의 값의 범위는 $-2 < m \leq 0$ 이어야 한다.

$$\therefore a = -2, b = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$



46. 모든 실수 x 에 대하여 식 $x^2f(x) + f(1-x) = x^4 - 2x$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

식 $x^2f(x) + f(1-x) = x^4 - 2x$ 에서

$x = 2$ 를 대입하면

$$4f(2) + f(-1) = 12 \cdots \textcircled{1}$$

$x = -1$ 을 대입하면

$$f(-1) + f(2) = 3 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면 $3f(2) = 9$

$$\therefore f(2) = 3$$

47. 농도가 다른 두 종류의 소금물 A, B가 있다. 30g의 소금물 A와 20g의 소금물 B를 섞으면 6%의 소금물이 되고, 20g의 소금물 A와 30g의 소금물 B를 섞으면 8%의 소금물이 된다고 한다. 이때, 이 두 종류의 소금물 A, B를 같은 양으로 섞으면 몇 %의 소금물이 되겠는가?

- ① 6.5% ② 7% ③ 7.5% ④ 8% ⑤ 8.5%

해설

소금물 A, B의 농도를 각각 $x\%$, $y\%$ 라 하면

$$\frac{x}{100} \cdot 30 + \frac{y}{100} \cdot 20 = \frac{6}{100} \cdot 50 \cdots \textcircled{㉠}$$
$$\frac{x}{100} \cdot 20 + \frac{y}{100} \cdot 30 = \frac{8}{100} \cdot 50 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하여 정리하면

$$x + y = 14$$

한편, 두 종류의 소금물 A, B를 똑같이 a g씩 섞는다면, 구하는 농도는

$$\frac{\frac{x}{100} \times a + \frac{y}{100} \times a}{2a} \times 100$$
$$= \frac{a \times \frac{x+y}{100}}{2a} \times 100$$
$$= \frac{x+y}{2} = \frac{14}{2} = 7(\%)$$

48. $x = \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}} + \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$ 일 때 $x^3 - 3x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}} + \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$ 의
양변을 세제곱하면

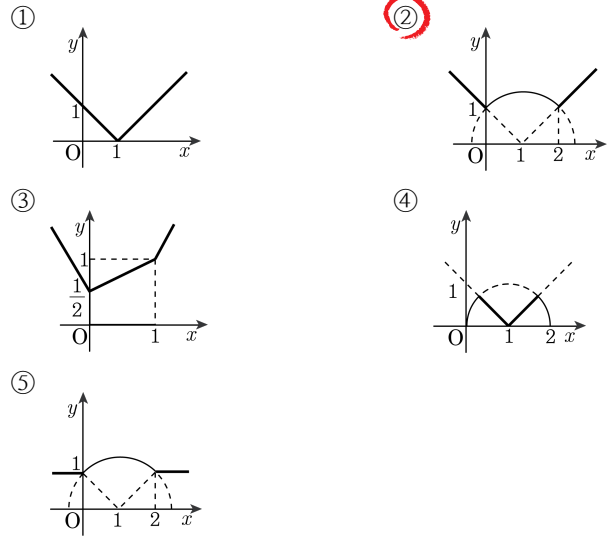
$$\begin{aligned}x^3 &= 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 3\sqrt[3]{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}x \\&= 4 + 3\sqrt[3]{4 - 3}x = 4 + 3x \\ \therefore x^3 - 3x &= 4\end{aligned}$$

49. $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ 과 그 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(x)$ 와 $f(x), g(x)$ 의 교점 사이의 거리를 각각 옳게 구한 것은?
- ① $g(x) = x^2 - 2x + 2, \sqrt{3}$ ② $g(x) = x^2 - 2x + 2, \sqrt{2}$
 ③ $g(x) = x^2 - 2x + 1, \sqrt{2}$ ④ $g(x) = x^2 - 2x + 1, \sqrt{3}$
 ⑤ $g(x) = x^2 - 2x + 1, \sqrt{5}$

해설

$f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ 에 대하여
 i) $y = \sqrt{x-1} + 1$ 로 놓고 역함수를 구하면
 $y - 1 = \sqrt{x-1} \dots\dots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 을 제곱하면
 $(y - 1)^2 = x - 1, y^2 - 2y + 1 = x - 1, x = y^2 - 2y + 2$
 $\therefore g(x) = x^2 - 2x + 2$
 ii) $f(x)$ 와 역함수 $g(x)$ 의 교점은
 $f(x)$ 와 $y = x$ 또는 $g(x)$ 와 $y = x$ 의 교점을
 구하면 된다.
 $g(x) = x$ 에서 $x^2 - 2x + 2 = x$
 $x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$
 그러므로 $x = 2$ or $x = 1$ 에서 $y = 2$ or $y = 1$
 따라서 두 점 $(1, 1), (2, 2)$ 사이의 거리는
 $\sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$

50. 함수 $y = \sqrt{1 + |2x - x^2|}$ 의 그래프는 ?



해설

(i) $2x - x^2 \geq 0$
 $\Leftrightarrow, x^2 - 2x \leq 0$ 일 때,
 $0 \leq x \leq 2$
 이 때, $y = \sqrt{1 + 2x - x^2}$ 의 양변을 제곱하면,
 $y^2 = 1 + 2x - x^2 \ (y \geq 0)$
 $(x - 1)^2 + y^2 = 2 \ (y \geq 0) \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$
 (ii) $2x - x^2 < 0$ 즉, $x^2 - 2x > 0$ 일 때,
 $x < 0$ 또는 $x > 2$
 이 때,
 $y = \sqrt{1 - 2x + x^2}$
 $= \sqrt{(x - 1)^2}$
 $= |x - 1| \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$
 (i), (ii) 에서 구하는 그래프는 다음 그림과 같다.

