1. x 에 대한 다항식 $3x^3y+5y-xz+9xy-4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ 내림차순으로 정리하면 $3yx^3+(9y-z)x+5y-4$ 이다. ㉡ 오름차순으로 정리하면 $5y-4+(9y-z)x+3yx^3$ 이다. ㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3 차식이다. ㉣ x^3 의 계수는 3이다. ㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢
② ㉠, ㉡, ㉢
③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

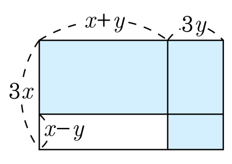
㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.
㉤ 상수항은 $5y-4$ 이다.

2. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

① $4x^2 - 6x + 1$ ② $4x^2 - 7x + 3$ ③ $4x^2 - 4x + 5$
④ $4x^2 - 8x + 2$ ⑤ $4x^2 - 6x + 7$

해설
직접 나누어서 구한다.
몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$
$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

3. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?

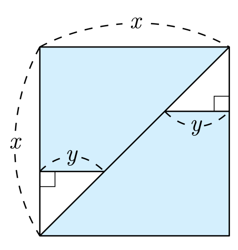


① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$
$=3x^2+12xy-x^2+y^2$
$=2x^2+12xy+y^2$

4. 다음 그림은 한변의 길이가 x인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y에 관한 식으로 나타내어라.



① $xy - y^2$　　② $x^2 - y^2$　　③ $x^2 - y$

④ $\dfrac{xy - y^2}{2}$　　⑤ $\dfrac{x - y}{2}$

해설

$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$

5. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x-2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4-2a^2b^2+b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3-9x^2+27x-27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3-b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16}-1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x+2y$
③ $(-x+3)^3 = -x^3+9x^2-27x+27$
④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$
⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8-1$

6. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7 개　② 8 개　③ 12 개　④ 13 개　⑤ 64 개

해설

$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$
$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$
$= (4a^2-9b^2)^{12}$
$\therefore\ (4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13 개이다.

7. $a^2+b^2+c^2=9,\ ab+bc+ca=9,\ a+b+c$의 값은?

① $-3\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{3}$ ③ $\pm 3\sqrt{3}$
④ $\pm 3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)\\ &= 9+18=27\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b+c=\pm 3\sqrt{3}$

8. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$일 때, $2A + B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) && \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b && \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b && \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) && \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b && \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

9. 다음 $\boxed{}$ 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3+4x^2+3x-2)\div(\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{})=x+2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : −1

해설

$\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}=A$라 하면
$(x^3+4x^2+3x-2)\div A=x+2$
$\therefore\ A=(x^3+4x^2+3x-2)\div(x+2)$
$\therefore\ A=x^2+2x-1$이므로
$\boxed{}$안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, −1이다.

10. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$

$A = (x + p)$

$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$

$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1)$ $\therefore p = -1$

우변을 정리하면

$\therefore$ $a = -2$, $b = 3$

$\therefore ab = -6$

11. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x+1$ 이고, 나머지가 $-6x+2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$　② $x^2 + x + 2$　③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$　⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$A = B(2x+1) - 6x + 2$ 에서
$B(2x+1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$
$\therefore B = (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x+1)$
$= x^2 + 2x + 2$

12. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$=6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$
$=6x^3+x^2-4x-3$
$\therefore\ f(1)=6+1-4-3=0$

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$f(1)=(2+3+2)(3-4)+(2+5)=-7+7=0$

13. 사차식 $3x^4-5x^2+4x-7$을 이차식 A로 나누었더니 몫이 x^2-2이고 나머지가 $4x-5$일 때, 이차식 A를 구하면?

① $3x^2-2$ ② $3x^2-1$ ③ $3x^2$
④ $3x^2+1$ ⑤ $3x^2+2$

해설

검산식 : $3x^4-5x^2+4x-7=A(x^2-2)+4x-5$

$A=\dfrac{3x^4-5x^2-2}{x^2-2}=3x^2+1$

14. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(x+1)(y+1)(z+1)$
$= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1$
$= 7$

15. $x+y+z=4$, $xy+yz+zx=1$, $xyz=2$일 때, $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$의 값을 구하면?

① 16　② 8　③ 4　④ 2　⑤ 1

해설

$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$을
$xy+yz+zx=1$을 이용하여 변형하면
$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$
$=(1-zx)(1-xy)(1-yz)$
$=1-(xy+yz+zx)+(x^2yz+xy^2z+xyz^2)-(xyz)^2$
$=1-(xy+yz+zx)+xyz(x+y+z)-(xyz)^2$
$=1-1+2\cdot4-4$
$=4$
※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.
$(x-a)(x-b)(x-c)$
$=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc$

16. $2^{16}-1$은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

해설

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 임을 이용하여 $2^{16}-1$을 인수분해하면
$2^{16}-1=(2^8)^2-1^2$
$=(2^8+1)(2^8-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$
$=257\cdot 17\cdot 5\cdot 3$
따라서 $2^{16}-1$을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수
즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

17. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x)+(1+x+x^2+x^3)^3$$

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

ⅰ) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수

: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,

계수$=2$

: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 x를 곱할 때,

계수$=1$

ⅱ) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수

$x+x^2+x^3=Y$라 하면,

$(Y+1)^3=Y^3+3Y^2+3Y+1$

$3Y=3x+3x^2+3x^3$

일차항의 계수$=3$, 다른 항에는 일차항이 없다.

ⅰ), ⅱ) 에서 $2+1+3=6$

18. $x^2+\dfrac{1}{x^2}=14(x>0)$일 때, $x^3+\dfrac{1}{x^3}$의 값은?

① 36 ② 44 ③ 52 ④ 68 ⑤ 82

해설

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=(x+\dfrac{1}{x})^2-2$이므로

$x+\dfrac{1}{x}=4\ (\because x>0)$

$x^3+\dfrac{1}{x^3}=(x+\dfrac{1}{x})^3-3(x+\dfrac{1}{x})=52$

19. $x+y=4,\ xy=3$일 때, x^2-xy+y^2의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=7$

20. $x^2+x+1=0$일 때, $x^3+\frac{1}{x^3}$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2+x+1=0$에서 양변을 x로 나누면

$x+\frac{1}{x}=-1$

$\therefore x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3x\cdot\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=-1-3\cdot(-1)=2$

21. $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ 이고 $abc=1$ 일 때, $(a^3+b^3+c^3)^2$ 의 값을 계산하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$a^3+b^3+c^3$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$
$=(a+b+c)\times 0+3abc=0+3\cdot(1)=3$
$\therefore (a^3+b^3+c^3)^2=9$

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca\ a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca)=0$
$\frac{1}{2}(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$
$\therefore a=b=c \rightarrow abc=a^3=b^3=c^3=1$
$(a^3+b^3+c^3)^2=(1+1+1)^2=9$

22. $a+b+c=1,\ ab+bc+ca=1,\ abc=1$일 때, $a^3+b^3+c^3$의 값은?

① 3 ② -3 ③ 1 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$
$1 = a^2+b^2+c^2+2$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2 = -1$
$a^3+b^3+c^3-3abc$
$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
$a^3+b^3+c^3-3 = 1\cdot(-1-1) = -2$
$\therefore\ a^3+b^3+c^3 = 1$

23. 실수 a, b, c에 대하여 $a+b+c=6$, $a^2+b^2+c^2=12$를 만족할 때, $a^3+b^3+c^3$의 값을 구하면?

① 8　② 16　③ 24　④ 36　⑤ 42

해설

공식 $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$에 주어진 수를 대입하여

$(ab+bc+ca)$의 값을 구하면 $(ab+bc+ca)=12$

$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ 에서

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$이므로

$\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

$\therefore\ a=b=c=2$이므로 $a^3+b^3+c^3=24$