

1.  $600 = a^x \times b^y \times c^z$  로 소인수분해될 때,  $(a + b + c) \times (x + y + z)$  의 값은? (단,  $a < b < c$ )

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$$

$$\therefore (a+b+c) \times (x+y+z) = (2+3+5) \times (3+1+2) = 10 \times 6 = 60$$

2. 세 수  $2^2 \times 3^3 \times 7$ ,  $2^3 \times 5^2 \times 7$ ,  $2^3 \times 5^4 \times 7^3$  의 최대공약수는?

①  $2^3 \times 5^3$

②  $2^3 \times 3^2$

③  $3^2 \times 5^2$

④  $2^2 \times 7$

⑤  $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$ ,  $2^3 \times 5^2 \times 7$ ,  $2^3 \times 5^4 \times 7^3$  에서  
최대공약수:  $2^2 \times 7$  (지수가 작은 쪽)

3.  $x = 5^{15} + 1$ ,  $y = 2^{13} + 1$  일 때  $xy$ 는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$$

이 때  $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$  이므로

$5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{15} \times 2^{13} &= 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2 \\ &= (5 \times 2)^{13} \times 25 \\ &= 10^{13} \times 25 \end{aligned}$$

따라서  $xy$ 는 15 자리의 수이다.

4.  $315 \times a$  가 어떤 자연수의 제곱이 될 때,  $a$  가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 140

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$  이므로

$a$  가 될 수 있는 수는  $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$  의 꼴이다.

따라서,  $a$  가 될 수 있는 가장 작은 자연수는  $5 \times 7 \times 1^2 = 35$

이고, 두 번째 작은 자연수는

$5 \times 7 \times 2^2 = 140$  이다.

5. 옛날부터 우리나라에는 십간(☿☿)과 십이지(☿☿☿)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
갑	을	병	정	무	기	경	
신	유	술	해	자	축	인	
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인	
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	

- ① 1830년                      ② 1890년                      ③ 1950년  
 ④ 2070년                      ⑤ 2110년

### 해설

십간(☿☿)의 10 가지와 십이지(☿☿☿)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010년이 경인년이면 1830년, 1890년, 1950년, 2070년도 경인년이다.

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 1은 소수이다.

② 29는 소수가 아니다.

③ 37과 43은 모두 소수이다.

④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.

⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

① 1은 소수가 아니다.

② 29는 소수이다.

⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

7. 세 자리수인 자연수 전체에 대해, 4의 배수이지만 5의 배수가 아닌 수의 개수와 3의 배수이지만 5, 6의 배수는 아닌 수의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 300

#### 해설

4의 배수이지만 5의 배수가 아닌 수의 개수는  $225 - 45 = 180$

3의 배수이지만 5, 6의 배수는 아닌 수의 개수는  $300 - 60 - 150 + 30 = 120$

$\therefore 180 + 120 = 300$

8. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③  $2 \times 3^2$

④  $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤  $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

9. 100 개의 전구가 일렬로 불이 꺼진 채 늘어서 있다. 처음에는 모든 전구의 불을 켜고, 두 번째는 왼쪽에서 짝수 번째에 있는 전구의 불을 끈다. 세 번째는 왼쪽에서 3의 배수 번째에 있는 전구 중, 불이 켜진 전구는 불을 끄고 불이 꺼진 전구는 불을 켜는다. 네 번째는 4의 배수 번째에 있는 전구 중, 불이 켜진 전구는 불을 끄고 불이 꺼진 전구는 불을 켜는다. 다섯 번째는 5의 배수 번째에 있는 전구를, 여섯 번째에는 6의 배수 번째에 있는 전구를 위와 같은 방식으로 불을 켜고 끈다. 이렇게 200 번째까지 했을 때, 불이 켜진 전구는 모두 몇 개인지 구하여라.(단, 100 번째까지 한 후, 위의 과정을 한번 더 반복한다.)

▶ 답:            개

▷ 정답: 0 개

### 해설

주어진 조건을 보면  $n$  번째 전구는  $n$ 의 약수의 개수만큼 켜졌다 꺼지기를 반복한다. 1을 제외한 수 중 약수의 개수가 홀수 개인 수는 어떤 수의 제곱이 되는 수이므로, 100 번째까지 반복했을 때 켜졌다 꺼지기를 홀수 번 반복하는 전구는 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 번째 전구이다. 그런데 이 과정을 200 번 하게 되면 모든 전구는 짝수번 켜졌다 꺼지기를 반복하게 된다. 따라서 불이 켜져 있는 전구는 없다.

10.  $a \times 3^2 \times 5^3$  과 360 의 약수의 개수가 같을 때,  $a$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \rightarrow 360 \text{ 의 약수의 개수} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

$a = x^n$  이라 두면,

$$a \times 3^2 \times 5^3 \text{ 의 약수의 개수} = (n + 1) \times 3 \times 4 \rightarrow n = 1$$

$\therefore a$  의 최솟값 = 2