1. 다음 중 분수 $\frac{a}{b}(b \neq 0)$로 나타낼 수 없는 수를 고르면?

① -7 ② $\frac{23}{81}$ ③ 11

④ π ⑤ $1.3252525\cdots$

해설

분수 $\frac{a}{b}(b \neq 0)$로 나타낼 수 없는 수는 순환하지 않는 무한소수이다.

2. 다음 설명 중 옳은 것은? (정답 2 개)

① 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.

② 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수이다.

③ 분모의 소인수가 2 나 5 뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

④ 정수가 아닌 유리수는 모두 순환소수이다.

⑤ 모든 순환소수는 유한소수이다.

해설

① 순환소수는 모두 유리수이다.
④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수와 순환소수가 있다.
⑤ 순환소수는 무한소수이다.

3. 다음 분수 $\frac{2}{11}$ 를 소수로 표현할 때, 순환마디는?

① 2 ② 11 ③ 15 ④ 18 ⑤ 151

해설

$2 \div 11 = 0.181818\cdots$, 순환마디 18

4. 다음은 순환소수 $1.5\dot{4}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써 넣어라.

순환소수 $1.5\dot{4}$ 를 x 로 놓으면 $x = 1.5444\cdots$
$10x = 15.444\cdots$ ㉠
$100x = 154.444\cdots$ ㉡
㉡ − ㉠을 하면 $90x = 139$
따라서 $\square$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{139}{90}$

해설

순환소수 $1.5\dot{4}$ 를 x 로 놓으면 $x = 1.5444\cdots$
$10x = 15.444\cdots$ ㉠
$100x = 154.444\cdots$ ㉡
㉡ − ㉠을 하면 $90x = 139$
따라서 $x = \frac{139}{90}$ 이다.

5. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $0.\dot{4}\dot{2} < 0.\dot{4}$ ② $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{178}{99}$ ③ $0.\dot{6} > 0.\dot{6}\dot{0}$

④ $9.\dot{9} = 10$ ⑤ $10.0\dot{4} = \frac{994}{90}$

해설

⑤ $10.0\dot{4} = \frac{1004 - 100}{90} = \frac{904}{90}$

6. 부등식 $\frac{4}{5} < x < 4.\dot{1}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$0.8 < x < 4.111\cdots$ 이므로
만족하는 자연수 x 의 값이 아닌 것은 5 이다.

7. 순환소수 $0.3\dot{8}$에 a를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 9 ③ 18 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$0.3\dot{8} = \frac{38-3}{90} = \frac{35}{90} = \frac{7}{18}$$

8. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 순환하지 않는 무한소수도 분수로 나타낼 수 있다.

② 순환소수는 모두 유리수이다.

③ 유한소수는 모두 유리수이다.

④ 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.

⑤ 무한소수는 유리수가 아니다.

해설

① 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
④ 유리수 중에 순환소수도 있다.
⑤ 순환소수는 무리수이다.

9. $\frac{3}{4}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은? (단, a, n 은 자연수)

① 69 ② 72 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

해설

$$\frac{3\times 5^2}{4\times 5^2}=\frac{75}{10^2}\ ,\ a+n=75+2=77$$

10. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은?

㉠ $\frac{5}{25}$	㉡ $\frac{6}{2^3 \times 3^2 \times 5}$	㉢ $\frac{9}{2 \times 3^2 \times 5^2}$
㉣ $\frac{75}{2^2 \times 5^2}$	㉤ $\frac{143}{2 \times 5^2 \times 11}$	

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

㉡ $\frac{6}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5}$ 이므로 무한소수로 나타내어 진다.

11. 두 분수 $\frac{29}{180}$ 와 $\frac{8}{175}$ 에 같은 자연수 A 를 곱하여 모두 유한소수가 되도록 하려고 한다. 이 때, 가장 작은 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\frac{29}{180} = \frac{29}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되도록 하려면 9 의 배수를 곱해야 하고,

$\frac{8}{175} = \frac{8}{7 \times 5^2}$ 가 유한소수가 되도록 하려면 7 의 배수를 곱해야 한다.

따라서 A 는 9 와 7 의 최소 공배수이므로 63 이다.

12. $\frac{35}{900}$ 에 어떤 자연수 n 을 곱하면 유한소수가 된다고 할 때, n 의 값 중 가장 작은 것은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{35}{900} = \frac{7}{180} = \frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5}$

$\frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5} \times n$ 이 유한소수가 되려면 3^2 이 약분되어야 하므로

n 은 3^2 의 배수이어야 한다.

$n = 9$

13. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.373737\cdots = 0.\dot{3}\dot{7}$

② $3.020202\cdots = 3.0\dot{2}$

③ $0.344444\cdots = 0.3\dot{4}$

④ $1.5131313\cdots = 1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.213213\cdots = 3.\dot{2}1\dot{3}$

해설

① $0.\dot{3}\dot{7}$
② $3.0\dot{2}$
③ $0.3\dot{4}$
④ $1.5\dot{1}\dot{3}$
⑤ $3.\dot{2}1\dot{3}$

14. 순환소수 $3.1\dot{2}40\dot{5}$ 의 순환마디 갯수를 a , 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3.1\dot{2}40\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 4 개

$50-1=4\times12+1$ 이므로 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자는 2 이다.

$\therefore a+b=6$

15. $A + 0.\dot{2} = \frac{1}{3}$ 일 때, A 의 값을 순환소수로 나타내면?

① $0.\dot{1}$ ② $0.\dot{2}$ ③ $0.\dot{3}$ ④ $0.\dot{4}$ ⑤ $0.\dot{5}$

해설

$$A + 0.\dot{2} = A + \frac{2}{9} = \frac{1}{3},\ A = \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9} = 0.\dot{1}$$

16. $x = 0.3\dot{8}$, $y = 0.\dot{2}\dot{1}$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값을 순환소수로 나타려고 한다. 순환마디는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$x = 0.3\dot{8} = \frac{38-3}{90} = \frac{7}{18}$$

$$y = 0.\dot{2}\dot{1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{7}{18}}{\frac{7}{33}} = \frac{33}{18} = \frac{11}{6} = 1.8\dot{3}$$

따라서 순환마디는 3 이다

17. $0.\dot{3}\dot{4} = a \times 0.\dot{0}\dot{1},\ 0.29\dot{1}\dot{1} = b \times 0.00\dot{1}\dot{1},\ 0.63\dot{1}\dot{1} = c \times 0.00\dot{1}\dot{1}$ 일 때, $a-b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 313

해설

$0.\dot{3}\dot{4} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$ $\quad \frac{34}{99} = a \times \frac{1}{99}$

$0.29\dot{1}\dot{1} = b \times 0.00\dot{1}\dot{1}$ $\quad \frac{289}{990} = b \times \frac{1}{990}$

$0.63\dot{1}\dot{1} = c \times 0.00\dot{1}\dot{1}$ $\quad \frac{568}{900} = c \times \frac{1}{900}$

$a = 34,\ b = 289,\ c = 568$

$a-b+c = 313$

18. $\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 사이의 분수 중에서 분모가 24 이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 의 분모를 24 로 통분하면 $\frac{4}{24}$, $\frac{18}{24}$

$\frac{4}{24} < \frac{x}{24} < \frac{18}{24}$

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 유한소수로 나타내려면 x 는 3 의 배수이어야 한다. 즉, 6, 9, 12, 15 로 4 개이다.

19. $\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900} = 0.\dot{a}\dot{b}\dot{c}\dot{d}$ 일 때, $|a - b + c + d|$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900}$ 이므로

$a = 2, b = 1$

즉, $21cd - 21 = 2157$이므로

$21cd = 2157 + 21 = 2178$

$\therefore c = 7, d = 8$

$\therefore |a - b + c + d| = |2 - 1 + 7 + 8| = 16$

20. 분수 $\frac{36}{111}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{36}{111} = 0.324324\cdots = 0.\dot{3}2\dot{4}$

$100 \div 3 = 33\cdots 1$ 이므로 소수점 아래 100 번째 숫자는 3 이다.

21. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}} = 0.\dot{1}$$

① $0.\dot{5}$ ② $0.\dot{6}$ ③ $0.\dot{7}$ ④ $0.\dot{8}$ ⑤ $0.\dot{9}$

해설

$$\frac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}} = \frac{1}{1-\dfrac{1}{\dfrac{x-1}{x}}}$$

$$= \frac{1}{1-\dfrac{x}{x-1}}$$

$$= \frac{1}{\dfrac{x-1}{x-1}-\dfrac{x}{x-1}}$$

$$= \frac{1}{\dfrac{-1}{x-1}} = -x+1$$

$$-x+1 = 0.\dot{1}$$

$$\therefore\ x = 1-0.\dot{1}$$

$$= 1-\frac{1}{9}$$

$$= \frac{8}{9}$$

$$= 0.\dot{8}$$

22. 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$ 가 $\frac{13}{33}$ 일 때, 순환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$ 를 기약분수로 나타내어라.

(단, a, b는 한 자리의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{31}{33}$

해설

$$0.\dot{a}\dot{b} = \frac{10a+b}{99} = \frac{13}{33}$$

$\therefore\ 10a+b=39\ \cdots$ ①

a, b 는 한 자리의 자연수이므로 $a=3$, $b=9$

$$\therefore\ 0.\dot{b}\dot{a} = 0.\dot{9}\dot{3} = \frac{93}{99} = \frac{31}{33}$$

23. 분모가 12 이고 두 분수 $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{5}{6}$ 사이에 있는 분수 중 유한소수를 모두 구하여라. (단, 분자는 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{6}{12}$

▷ 정답 : $\frac{9}{12}$

해설

$\frac{3}{12} < \frac{\square}{12} < \frac{10}{12}$ 이므로 3 과 10 사이의 자연수 중 3 의 배수인 6, 9 이다.

따라서 유한소수가 되는 분수는 $\frac{6}{12}$, $\frac{9}{12}$ 이다.

24. $80 \le a \le 90$ 인 조건에서 $\frac{a}{180}$ 는 유한소수이고, 기약분수로 나타내면 $\frac{9}{b}$ 와 같을 때, $a-b$ 의 값은?

① 41 ② 51 ③ 61 ④ 71 ⑤ 81

해설

$$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{b}$$

a 는 9 의 배수가 되어야 하므로 81 이 된다.

$\therefore b = 20$

$\therefore a - b = 81 - 20 = 61$

25. 두 순환소수 $0.\dot{a}2\dot{b}$ 와 $0.\dot{a}\dot{b}2$ 의 합이 $\frac{307}{333}$ 일 때 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 9$

해설

$$\frac{100a + 20 + b}{999} + \frac{100a + 10b + 2}{999} = \frac{307}{333}$$

$200a + 11b + 22 = 921$

$200a + 11b = 899$

$11b < 100$ 이므로 $200a = 800$

$\therefore a = 4,\ b = 9$