

1. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

2. 이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 + \beta^2) + 5(\alpha + \beta)$ 의 값을 구여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로,
근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta = -7, \alpha\beta = 1$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-7)^2 - 2 \cdot 1 = 47$$

$$\therefore 47 + 5 \cdot (-7) = 47 - 35 = 12$$

3. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 를 두 근으로 하는 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 + 6x + 4 = 0$

② $x^2 + 6x - 4 = 0$

③ $x^2 + 4 = 0$

④ $x^2 - 6x + 4 = 0$

⑤ $x^2 - 6x - 4 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해서

두 근 α, β 에 대해 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 1$

두 근을 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 로 하는

방정식에서

$$\text{두 근의 합} \Rightarrow \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= (\alpha + \beta) + \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$= (\alpha + \beta) + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$$

$$= (-3) + \frac{-3}{1} = -6$$

$$\text{두 근의 곱} \Rightarrow \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4$$

$$\therefore x^2 - (-6)x + 4 = x^2 + 6x + 4 = 0$$

4. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 b 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}, 4$ 를 얻었고, c 를 잘못 보아 $-1, 4$ 의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

(i) b 를 잘못 본 경우

a 와 c 는 옳으므로 두 근의 곱은

$$\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{c}{a} \quad \therefore c = 2a$$

(ii) c 를 잘못 본 경우

a 와 b 는 옳으므로 두 근의 합은

$$-1 + 4 = 3 = -\frac{b}{a} \quad \therefore b = -3a$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식은

$$ax^2 - 3ax + 2a = 0$$

$a \neq 0$ 이므로 $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$

따라서 근의 합은 3이다.

5. 이차방정식 $x^2 - 2x + a + 1 = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -1$

해설

$$(\text{두 근의 곱}) = a + 1 < 0 \quad \therefore a < -1$$