

1. 임의의 두 복소수 a, b 에 대하여 연산 $\oplus$ 를 $a \oplus b = ab - (a + b)$ 로 정의한다. $Z = \frac{5}{2-i}$ 일 때, $Z \oplus \bar{Z}$ 의 값은?

① 1

② $1 + 2i$

③ $1 - 2i$

④ -1

⑤ $2 - 2i$

해설

$Z \oplus \bar{Z} = Z\bar{Z} - (Z + \bar{Z})$, $Z = 2 + i$, $\bar{Z} = 2 - i$ 이므로 연산을 계산해보면, $5 - 4 = 1$ 답은 ①

2. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$$x^2 + 4x = -5$$

$$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$$

3. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + 2(k+1)x + k = 0$ 이 중근을 가질 때 k 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ -1

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\frac{D}{4} = b'^2 - ac = (k+1)^2 - k^2 = 2k+1 \text{에서}$$

중근을 가질 조건이므로

$$\frac{D}{4} = 0 \text{이어야 한다.}$$

$$2k+1=0 \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

4. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a + 2)^2 + 2(b - 1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

5. x 에 대한 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$ 에 대하여 y 가 최소가 되도록 하는 x 의 값과 그 때의 y 의 값으로 옳은 것은?

① $x = k, y = k^2 + k + 2$

② $x = k, y = k^2 - 3k + 4$

③ $x = 2k, y = k^2 + 4k + 1$

④ $x = 2k, y = k^2 - 5k + 7$

⑤ $x = 3k, y = 2k^2 - 3k + 6$

해설

$y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$
 $= (x - 2k)^2 + k^2 - 5k + 7$ 이므로
주어진 이차함수는 $x = 2k$ 일 때
최솟값 $k^2 - 5k + 7$ 을 갖는다.
따라서, 구하는 x, y 의 값은
 $x = 2k, y = k^2 - 5k + 7$

6. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ ($0 \leq x \leq 3$) 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 에서}$$

$x = 1$ 일 때 최솟값 : -4,

$x = 3$ 일 때 최댓값 : 0

$$\text{최댓값} + \text{최솟값} = -4$$

7. 사차방정식 $x^4 + 5x^3 - 20x - 16 = 0$ 의 네 근의 제곱의 합을 구하면?

①

25

② 20

③ 10

④ 7

⑤ 4

해설

$$x^4 + 5x^3 - 20x - 16$$

$$= (x + 1)(x^3 + 4x^2 - 4x - 16)$$

$$= (x + 1)(x + 4)(x^2 - 4)$$

$$= (x + 1)(x + 4)(x + 2)(x - 2)$$

따라서 네근은 $-1, -2, -4, 2$

$$\therefore \text{네근의 제곱의 합은 } 1 + 4 + 16 + 4 = 25$$

8. 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $z = a + bi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = a - bi$ 의 곱 $z \cdot \bar{z} = 9$ 일 때, $\frac{1}{2} \left(z + \frac{9}{z} \right)$ 를 간단히 하면?

① b

② $2b$

③ 0

④ $5a$

⑤ a

해설

$$z \cdot \bar{z} = 9 \text{ 이므로 } \bar{z} = \frac{9}{z}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \left(z + \frac{9}{z} \right) = \frac{1}{2} (z + \bar{z})$$

$$z + \bar{z} = a + bi + a - bi = 2a \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2} (z + \bar{z}) = \frac{1}{2} \times 2a = a$$

9. $|x - 1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$|x - 1| = 3 - |x|$ 에서,

$|x| + |x - 1| = 3$ 이다.

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - (x - 1) = 3$$

$$\therefore x = -1$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - (x - 1) = 3$$

$0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$x + (x - 1) = 3$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 구하는 해는

$x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

10. 이차방정식 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

1이 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 근이므로

$x = 1$ 을 대입하면 $1 + m + m - 1 = 0 \quad \therefore m = 0$

주어진 방정식은 $x^2 - 1 = 0 \quad \therefore x = \pm 1$

따라서 다른 한 근은 $x = -1$

11. 방정식 $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2, y = 4$$

$$\therefore x + y = 6$$

해설

$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D/4 = 4 - (y^2 - 8y + 20) \geq 0$$

$$y^2 - 8y + 16 \leq 0$$

$$(y - 4)^2 \leq 0, y = 4$$

준식에 대입하면 $x = 2$

따라서 $x + y = 6$

12. x 에 대한 다음 방정식의 두 근의 합은?

$$(\sqrt{3} + 1)x^2 + (\sqrt{3} + 1)x - 2\sqrt{3} = 0$$

① $-\sqrt{3}$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ $\sqrt{3}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$$\{(\sqrt{3} + 1)x - 2\}(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \sqrt{3} - 1 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$$

$$\therefore \sqrt{3} - 1 + (-\sqrt{3}) = -1$$

13. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $a-1$, $b-1$ 일 때, ab 의 값은?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $a-1$, $b-1$ 이므로

두 근의 합은 $a + b - 2 = a$

$b - 2 = 0$ 이므로 $b = 2$

두 근의 곱은

$$(a-1)(b-1) = ab - a - b + 1$$

$$= 2a - a - 2 + 1 = a - 1 = 2$$

따라서 $a = 3$ 따라서 $ab = 2 \cdot 3 = 6$

14. 이차방정식 $x^2 - 3x + 7 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $2\alpha - 1, 2\beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식 중 이차항의 계수가 1인 것은?

① $x^2 + 4x + 10 = 0$

② $x^2 - 4x + 21 = 0$

③ $x^2 - 4x - 21 = 0$

④ $x^2 + 4x + 23 = 0$

⑤ $x^2 - 4x + 23 = 0$

해설

$x^2 - 3x + 7 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 7$$

이 때, $2\alpha - 1, 2\beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은

$$x^2 - (2\alpha - 1 + 2\beta - 1)x + (2\alpha - 1)(2\beta - 1) = 0$$

$$x^2 - \{2(\alpha + \beta) - 2\}x + \{4\alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 1\} = 0$$

$$\therefore x^2 - 4x + 23 = 0$$

15. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 3-k = 0$ 의 두 근이 모두 양수가 되도록 k 의 범위를 정하면?

① $-2 \leq k \leq 3$

② $2 \leq k \leq 5$

③ $1 \leq k \leq 2$

④ $k \geq 3$

⑤ $k \leq -1$

해설

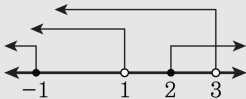
$$x^2 + 2(k-1)x + 3-k = 0$$

$$(i) \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (3-k) \geq 0$$

$$(k-2)(k+1) \geq 0 \quad \therefore k \geq 2 \text{ 또는 } k \leq -1$$

(ii) 두 근의 합, 곱 모두 양수

$$-2(k-1) > 0, 3-k > 0 \quad \therefore k < 1$$



$$\therefore k \leq -1$$

16. 이차함수 $y = x^2 + 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = -x + 3$ 의 두 교점의 좌표를 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 할 때, y_1y_2 의 값은?

① 11

② 13

③ 15

④ 17

⑤ 19

해설

두 교점의 x 좌표 x_1, x_2 는

방정식 $x^2 + 3x + 1 = -x + 3$ 의 실근이다.

$x^2 + 4x - 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$x_1 + x_2 = -4, x_1x_2 = -2$$

$$\begin{aligned}\therefore y_1y_2 &= (-x_1 + 3)(-x_2 + 3) \\ &= x_1x_2 - 3(x_1 + x_2) + 9 \\ &= -2 + 12 + 9 = 19\end{aligned}$$

17. 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

세 근을 $1 + i, 1 - i, \alpha$ 라 하자. 근과 계수와의 관계에 따라

합: $(1 + i) + (1 - i) + \alpha = 3, \alpha = 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

곱: $(1 + i)(1 - i)\alpha = 2 \cdot (1) = -b, b = -2 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

$a = (1 + i)(1 - i) + 1(1 - i) + 1(1 + i) = 2 + 1 - i + 1 + i = 4$

$a + b = 4 - 2 = 2$

18. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ 를 만족하는 실수 해의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{A} \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} \text{에서 } x^2 - (y-3)^2 = 0$$

$$(x+y-3)(x-y+3) = 0$$

$$y = x+3 \text{ 또는 } y = -x+3$$

i) $y = -x+3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 이 때, } y = 1$$

ii) $y = x+3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\text{이 때, } y = 2 \pm \sqrt{3}i$$

i), ii)에서 실수해의 순서쌍은 $(2, 1)$ 이다.

따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1 개이다.

19. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$$\therefore u = \pm 7, v = 12$$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots \textcircled{\text{E}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x + y = -7 & \cdots \textcircled{\text{E}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

(i) $\textcircled{\text{E}}$, $\textcircled{\text{L}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 - 7t + 12 = 0$ 의 두 근이
므로 $x = 3, y = 4$ 또는 $x = 4, y = 3$

(ii) $\textcircled{\text{E}}$, $\textcircled{\text{L}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 + 7t + 12 = 0$ 의 두 근이
므로 $x = -3, y = -4$ 또는 $x = -4, y = -3$

(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

20. 다음 방정식을 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.

$$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : 3

해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$ 에서 $x^2y^2 + 4x^2 + y^2 + 4 - 8xy = 0$
이것을 완전제곱식의 꼴로 변형하면

$$(x^2y^2 - 4xy + 4) + (4x^2 - 4xy + y^2) = 0$$

이 때, x, y 가 실수이므로 $xy - 2, 2x - y$ 도 실수이다.

$$\therefore xy - 2 = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠},$$

$$2x - y = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡에서 $y = 2x$ 이고, 이것을 ㉠에 대입하면 $x^2 = 1$

따라서, $x = 1$ 일 때 $y = 2$, $x = -1$ 일 때 $y = -2$

그러므로 x, y 의 값은 $x = \pm 1, y = \pm 2$ (복부호 동순)

따라서 x, y 의 합은 $-3, 3$

21. $x^2 + (p-3)x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(1+p\alpha+\alpha^2)(1+p\beta+\beta^2)$ 의 값을 구하면?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 13

해설

α, β 가 $x^2 + (p-3)x + 1 = 0$ 의 두 근이므로

$$\alpha^2 + (p-3)\alpha + 1 = 0 \dots\dots ①$$

$$\beta^2 + (p-3)\beta + 1 = 0 \dots\dots ②$$

$$①\text{에서 } 1 + p\alpha + \alpha^2 = 3\alpha$$

$$②\text{에서 } 1 + p\beta + \beta^2 = 3\beta$$

$$\therefore (1 + p\alpha + \alpha^2)(1 + p\beta + \beta^2)$$

$$= 3\alpha \cdot 3\beta$$

$$= 9\alpha\beta$$

$$= 9 (\because \alpha\beta = 1)$$

22. 삼차방정식 $(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 이 중근을 가질 때, 실수 a 의 값을 모두 구하면?

① -1

② 0, 8

③ -1, 8

④ -1, 0, -8

⑤ -1, 0, 8

해설

(i) $x=1$ 을 중근으로 가질 때

$x=1$ 을 $x^2-ax+2a=0$ 에 대입하면 $a=-1$

(ii) $x^2-ax+2a=0$ 이 중근을 가질 때

$$D=a^2-8a=0$$

$$\therefore a=0 \text{ 또는 } 8$$

(i), (ii)에 의하여 $a=-1, 0, 8$