1. 다음 x, y의 다항식 P, Q에 대해 $\mathrm{P}+\mathrm{Q}$를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$\mathrm{P} = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$
$$\mathrm{Q} = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 4

▷ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면
$\mathrm{P}+\mathrm{Q} = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$
항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

2. 두 다항식 $A = 5x^3 + x^2 - 6x + 7$, $B = 2x^3 - 4x^2 - 1$에 대하여 $2A - 3B$를 계산한 식에서 x^2의 계수는 얼마인가?

① 14 ② -12 ③ 4 ④ 17 ⑤ 18

해설

$2A - 3B$
$= 2(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - 3(2x^3 - 4x^2 - 1)$
$= 4x^3 + 14x^2 - 12x + 17$

$\therefore$ x^2의 계수 : 14

해설

이차항만 뽑아서 계산한다.
$2A - 3B \Rightarrow 2(x^2) - 3(-4x^2) = 2x^2 + 12x^2 = 14x^2$

3. 다음 식을 계산했을 때, 몫은?

$$(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$$

① $4x^2 - 3x + 2$ ② $4x^2 - x - 2$ ③ $4x^2 - 2x + 1$
④ $-4x^2 - x - 2$ ⑤ $-4x^2 + x - 2$

해설

$\therefore$ 몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$

4. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① a^2-b^2 ② a^3-b^3
③ a^3+b^3 ④ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
⑤ $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

5. 다항식 $(x^2+2x-3)(3x^2+x+k)$ 의 전개식에서 일차항의 계수가 15 일 때, 상수 k 의 값은?

① -3　② 0　③ 3　④ 6　⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,

$-3x+2kx=15x$

$\therefore\ k=9$

6. 다음 등식이 x에 대한 항등식이 되도록 실수 a, b, c의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + c - 3 = 2x^2 - bx - 2$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 1$

▷ 정답: $c = 1$

해설

각 항의 계수를 서로 비교한다.

7. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$을 대입하면,
$(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
$\therefore\ 2^5 = 32$

8. 다항식 $x^{22}+x^{11}+22x+11$을 $x+1$로 나눈 나머지는?

① -33 ② -22 ③ -11 ④ 11 ⑤ 33

해설

$f(x)=x^{22}+x^{11}+22x+11$이라 하면,
$f(x)=(x+1)Q(x)+R$에서 $f(-1)=R$이므로
$f(-1)=(-1)^{22}+(-1)^{11}-22+11=-11$

9. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$가 일차식 $x - 1$로 나누어 떨어 지도록 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1)Q(x)$

$f(1) = -4 + k + 1 = 0$

$\therefore\ k = 3$

10. 다항식 $ax+ay-bx-by$를 인수분해 하면?

① $x(a-b)$ ② $(a-b)(x-y)$ ③ $(a+b)(x-y)$
④ $(a-b)(x+y)$ ⑤ $(a+b)(x+y)$

해설

$$\begin{aligned} ax+ay-bx-by &= a(x+y)-b(x+y) \\ &= (a-b)(x+y) \end{aligned}$$

11. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$　　② $x^2 + x + 2$　　③ $x^2 - x + 2$

④ $x^2 - 2x + 2$　　⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$A = B(2x + 1) - 6x + 2$ 에서

$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$

$\therefore B = (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1)$

$\quad = x^2 + 2x + 2$

12. $(a+b-c)(a-b+c)$를 전개하면?

① $a^2+b^2-c^2-2bc$ ② $a^2-b^2+c^2-2bc$
③ $a^2+b^2-c^2+2ab$ ④ $a^2-b^2-c^2+2bc$
⑤ $a^2-b^2-c^2-2ab$

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$
$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$
$=a^2-(b-c)^2$
$=a^2-b^2-c^2+2bc$

13. x에 대한 항등식 $x^2-2x+3=a+b(x-1)+cx(x-1)$에서 a,b,c의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=2$

▷ 정답: $b=-1$

▷ 정답: $c=1$

해설

계수비교법에 의하여

$x^2-2x+3=a+b(x-1)+cx(x-1)$

$=cx^2+(b-c)x+a-b$

$x^2-2x+3=cx^2+(b-c)x+a-b$에서

$c=1,\ b-c=-2,\ a-b=3$

연립하여 풀면

$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=1$

14. $(x+y)a-(x-y)b-(y-z)c-4z=0$이 $x,\ y,\ z$의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc를 구하면?

① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

x, y, z에 대해 정리하면

$(a-b)x+(a+b-c)y+(c-4)z=0$

$x,\ y,\ z$에 대한 항등식이므로

$a=b,\ a+b-c=0,\ c=4$

$\therefore\ a=b=2,\ c=4$

$\therefore\ abc=16$

15. x에 대한 다항식 $(4x^2-3x+1)^5$을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0　② 16　③ 32　④ 64　⑤ 1024

해설

$(4x^2-3x+1)^5$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$(4x^2-3x+1)^5 = a_0x^{10}+a_1x^9+a_2x^8+\cdots+a_9x+a_{10}$과 같이 된다.
여기서 모든 계수들의 합
$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$을 구하려면
$x=1$을 대입하면 된다.
즉, $(4-3+1)^5 = a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$
모든 계수들의 합은 $2^5=32$

16. 다항식 x^4-3x^2+ax+7을 $x+2$로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$f(x)=x^4-3x^2+ax+7$
$f(x)=(x+2)Q(x)+5$
$\therefore\ f(-2)=5$
$f(-2)=16-12-2a+7=5$
$\therefore\ a=3$

17. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x + 3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$f(-3) = (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0$

$\therefore\ a = 45$

18. 다항식 $8x^3-1$을 $4x^2+2x+1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3-1=(2x)^3-1^3=(2x-1)\left(4x^2+2x+1\right)$

$\therefore Q(x)=2x-1$

$\therefore$ 상수항은 -1

19. 다음 중 다항식 $a^3-a^2b+ab^2+ac^2-b^3-bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a+c$ ② $a-b^2$ ③ $a^2-b^2+c^2$
④ $a^2+b^2+c^2$ ⑤ $a^2+b^2-c^2$

해설

$a^3-a^2b+ab^2+ac^2-b^3-bc^2$
$=a^3-b^3+(a-b)c^2-ab(a-b)$
$=(a-b)(a^2+ab+b^2)+(a-b)c^2-ab(a-b)$
$=(a-b)(a^2+ab+b^2+c^2-ab)$
$=(a-b)(a^2+b^2+c^2)$

20. 다음 중 다항식 x^4-5x^2+4를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x-3$ ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned} x^4-5x^2+4 &= (x^2-1)(x^2-4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

21. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a = 12,\ b = 9$
② $a = -12,\ b = 9$
③ $a = 12,\ b = -9$
④ $a = -12,\ b = -9$
⑤ $a = 9,\ b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면
이 식의 우변은
$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$
$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$
좌변과 계수를 비교하면
$2p = 4,\ p^2 + 2q = -2$
$p = 2,\ q = -3$에서
$a = 2pq = -12,\ b = q^2 = 9$

22. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x + a)(x + b)(x + c)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$

$\therefore a + b + c = 4$

23. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$를 $x^2 + x + 1$로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a의 값을 구하면?

① -3　② 3　③ -6　④ 6　⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.

$\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$이 되는 x값을 대입한다.

$x^2 + x + 1 = 0$에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$, $x^3 - 1 = 0$

$\therefore x^3 = 1$

준 식의 좌변에 $x^3 = 1$, $x^2 = -x - 1$을 대입하면

$2x - 1 + 2(-x-1) + a = 0$, $a - 3 = 0$

$\therefore\ a = 3$

24. $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2$ 이고 $ab \neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $ax+by=0$ ② $a+b=x+y$ ③ $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$
④ $x=y$ ⑤ $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$

해설

$(a^2+b^2)(x^2+y^2)-(ax+by)^2=0$ 을
간단히 정리하면
$a^2y^2+b^2x^2-2abxy=0$
즉, $(ay-bx)^2=0$
$\therefore\ ay-bx=0$ ($\because\ a,\ x,\ b,\ y$ 는 실수)
따라서, $ay=bx$ 에서 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$

25. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5　② $\sqrt{29}$　③ $\sqrt{33}$　④ 6　⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c라 하면

$2(ab+bc+ca)=52$

$4(a+b+c)=36 \ \rightarrow \ a+b+c=9$

(직육면체 대각선의 길이)

$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$=\sqrt{(a+b+c+)^2-2(ab+bc+ca)}$

$=\sqrt{81-52}=\sqrt{29}$