1. $x^2+y^2+2xy-x-y$을 인수분해 하면?

① $(x-y)(x+y+1)$

② $(x+y)(x-y-1)$

③ $(x-y)(x-y-1)$

④ $(x+y)(x+y-1)$

⑤ $(x+y)(x+y+1)$

해설

$$x^2+y^2+2xy-x-y$$
$$=(x+y)^2-(x+y)=(x+y)(x+y-1)$$

2. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x ② $x-1$ ③ $x+1$

④ $x^3 - x$ ⑤ x^4

해설

$$
\begin{aligned}
x^4 - x^2 &= x\left(x^3 - x\right) \\
&= x^2\left(x^2 - 1\right) \\
&= x^2(x-1)(x+1)
\end{aligned}
$$

3. $(3a+3b)-2b=3a+(3b-2b)=3a+b$에서 사용된 법칙을 순서대로 나열한 것은?

① 결합법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 결합법칙

③ 교환법칙, 분배법칙

④ 결합법칙, 분배법칙

⑤ 분배법칙, 결합법칙

해설

$$\begin{aligned}(3a+3b)-2b &= 3a+(3b-2b) &&: \text{결합법칙}\\ &= 3a+(3-2)b &&: \text{분배법칙}\\ &= 3a+b\end{aligned}$$

4. 두 다항식 $A=a+2b$, $B=2a+3b$일 때, $2A+B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned}2A+B&=2(a+2b)+(2a+3b)\\&=(2a+4b)+(2a+3b) &&\text{㉠ 분배법칙}\\&=2a+(4b+2a)+3b &&\text{㉡ 결합법칙}\\&=2a+(2a+4b)+3b &&\text{㉢ 교환법칙}\\&=(2a+2a)+(4b+3b) &&\text{㉣ 교환법칙}\\&=(2+2)a+(4+3)b &&\text{㉤ 분배법칙}\\&=4a+7b\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a+(2a+4b)+3b=(2a+2a)+(4b+3b)$: 결합법칙

5. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$을 $x + \frac{1}{2}$로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$를 $2x+1$로 나눈 몫 $Q(x)$와 나머지 R을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x,\ R = 1$　② $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$

③ $Q(x) = 2x^2 - 2x,\ R = 1$　④ $Q(x) = 4x^2 - 2x,\ R = \frac{1}{2}$

⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x,\ R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

따라서 $f(x) = 4x^3 + 4x^2 + x + 1$

$$= x(4x^2 + 4x + 1) + 1$$

$$= x(2x+1)^2 + 1$$

$2x+1$로 나누면 $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$

6. 다항식 $f(x)$를 $x-\frac{1}{2}$으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라고 할 때, $f(x)$를 $2x-1$으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$
② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$
④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x-\frac{1}{2}$에 2를 곱하면 $2x-1$

$$f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)Q(x)+R=(2x-1)\frac{1}{2}Q(x)+R$$

7. $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

① a^3+b^3 ② a^6+b^6 ③ a^6-b^6

④ a^9+b^9 ⑤ a^9-b^9

해설

(준 식)$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)=a^6-b^6$

8. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a, 상수항을 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$

$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환}))$

$=(X-2)(X-12)$

$=X^2-14X+24$

$=(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$

$=x^4+2x^3-13x^2-14x+24$

$\therefore\ a=1+2-13-14+24=0,\ b=24$

$\therefore\ a+b=0+24=24$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기

$x=1$대입, $a=0$

㉡ 상수항 구하기

$x=0$대입, $b=24$

9. 다항식 x^3+ax^2+bx+3을 x^2-x-12로 나눈 나머지가 $14x-9$일 때, $a+b$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

몫을 $Q(x)$라 하면

x^3+ax^2+bx+3

$=(x^2-x-12)Q(x)+14x-9$

$=(x-4)(x+3)Q(x)+14x-9$

$x=4,\ x=-3$을 각각 대입하면

$16a+4b+67=47\cdots$ ㉠

$9a-3b-24=-51\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2,\ b=3$

$\therefore\ a+b=1$

10. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $-2x+1$ ② $-2x-1$ ③ $-2x+3$

④ $-2x+5$ ⑤ $-2x+7$

해설

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$ 라 하면,

$f(1)=3,\ f(2)=1$ 이므로

$f(1)=a+b=3,\ f(2)=2a+b=1$ 연립하면

$a=-2,\ b=5$

$\therefore$ 나머지는 $-2x+5$ 이다.

11. $\dfrac{2012^3+1}{2012\times 2011+1}$ 의 값을 a라 할 때, $\dfrac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{1007}{1006}$

해설

$$a=\frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)}$$

$=2013$이므로

$$\therefore\ \frac{a+1}{a-1}=\frac{2013+1}{2013-1}=\frac{2014}{2012}=\frac{1007}{1006}$$

12. $\dfrac{2006^3 - 1}{2006 \times 2007 + 1}$ 의 값을 구하면?

① 2005　② 2006　③ 2007　④ 2008　⑤ 2009

해설

$a = 2006$ 로 놓으면

$$(\text{준식}) = \frac{a^3 - 1}{a(a+1)+1} = \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}$$

$$= a - 1 = 2005$$

13. $[a,\ b,\ c] = a(b^2 - c^2)$ 일 때, $[a,\ b,\ c] + [b,\ c,\ a] + [c,\ a,\ b]$ 의 인수인 것은?

① $a - b$ ② $b + c$ ③ $c + a$

④ $a + b + c$ ⑤ abc

해설

$[a,\ b,\ c] + [b,\ c,\ a] + [c,\ a,\ b]$

$= a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$

$= ab^2 - ac^2 + bc^2 - ba^2 + ca^2 - cb^2$

$= a^2(c - b) - a(c^2 - b^2) + bc(c - b)$

$= (c - b)\{a^2 - a(c + b) + bc\}$

$= (c - b)(a - b)(a - c)$

14. $a+b-2c=1$, $a-b+3c=3$일 때, 다음 중 $a+ab+c^2$을 a에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $(a-8)(a-2)$　② $(a+8)(a-2)$

③ $-(a-8)(a-2)$　④ $-(a-8)(a+2)$

⑤ $-(a+8)(a-2)$

해설

$a+b-2c=1 \quad \cdots㉠$

$a-b+3c=3 \quad \cdots㉡$

㉠+㉡에서 $2a+c=4$

$\therefore c=-2a+4 \quad \cdots㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면 $b=-5+9$

$$\begin{aligned}\therefore a+ab+c^2 &= a+a(-5a+9)+(-2a+4)^2\\ &= -a^2-6a+16\\ &= -(a^2+6a-16)\\ &= -(a+8)(a-2)\end{aligned}$$

15. $a^2b^2(a-b)+b^2c^2(b-c)+c^2a^2(c-a)$를 인수분해 하였을 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

① $a-b$　② $b-c$　③ $c-a$

④ $a+b+c$　⑤ $ab+bc+ca$

해설

문자가 여러 개일 경우 동차식이면 어느 한 문자에 대하여 정리하고
차수가 다르면 차수가 낮은 문자에 대해 정리한다.

$\therefore$ (준식) $= a^3b^2-a^2b^3+b^3c^2-b^2c^3+c^3a^2-c^2a^3$

$= (b^2-c^2)a^3-(b^3-c^3)a^2+b^2c^2(b-c)$

$= (b-c)\{(b+c)a^3-(b^2+bc+c^2)a^2+b^2c^2\}$

$= (b-c)\{(c^2-a^2)b^2-a^2(c-a)b-a^2c(c-a)\}$

$= (b-c)(c-a)\{(c+a)b^2-a^2b-a^2c\}$

$= (b-c)(c-a)\{(b^2-a^2)c+ab(b-a)\}$

$= (b-c)(c-a)(b-a)\{(b+a)c+ab\}$

$= -(a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ca)$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

16. $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$ ② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$ ④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (c-b)a^2+(b^2-c^2)a+bc(c-b) \\ &= (c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\} \\ &= (c-b)(a-b)(a-c) \\ &= (a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$