

1. 복소수  $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$  가 실수가 되도록 하는 실수  $a$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로  $a-3=0$

$\therefore a=3$

2. 두 실수  $x, y$ 에 대하여 등식  $(1+i)(x-yi) = 3+i$ 가 성립 할 때,  $2x+y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ① -1      ② 1      ③ 3      ④ 5      ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}(x+y) + (x-y)i &= 3+i \\ \therefore x+y=3, x-y &= 1 \\ \therefore x=2, y &= 1 \\ \therefore 2x+y &= 5\end{aligned}$$

3.  $\frac{1}{\sqrt{-8}}(3\sqrt{-2}-3\sqrt{-8}+\sqrt{-32})$  을 계산하면?

- ①  $i$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $-i$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{i}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}i}(3\sqrt{2}i-6\sqrt{2}i+4\sqrt{2}i) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}i} \times \sqrt{2}i \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

4.  $(\sqrt{3}-i)^2 \times (\sqrt{12}+2i)^2$  을 간단히 하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답:

▷ 정답: 64

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (\sqrt{3}-i)^2 \times (2\sqrt{3}+2i)^2 \\ &= 2^2 \times \{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)\}^2 \\ &= 2^2 \times 4^2 = 2^2 \times 2^4 = 2^6 \\ &= 64\end{aligned}$$

5.  $a = 2 + \sqrt{3}i$ ,  $b = 2 - \sqrt{3}i$  일 때,  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$  의 값을 구하여라. (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{2}{7}$

해설

$a = 2 + \sqrt{3}i$ ,  $b = 2 - \sqrt{3}i$  일 때

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} \dots \textcircled{1}$$

이 때,  $a+b = (2 + \sqrt{3}i) + (2 - \sqrt{3}i) = 4$

$$ab = (2 + \sqrt{3}i)(2 - \sqrt{3}i)$$

$$= 2^2 - (\sqrt{3}i)^2 = 4 + 3 = 7 \text{ 이므로}$$

$a+b = 4$ ,  $ab = 7$  을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} + \frac{a}{b} &= \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} \\ &= \frac{16 - 14}{7} = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

6.  $z = 1 + i$  일 때,  $\frac{z\bar{z}}{z-\bar{z}}$  의 값은?(단,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\bar{z}$  는  $z$  의 켈레복소수)

- ①  $1+i$     ②  $1-i$     ③  $1$     ④  $i$     ⑤  $-i$

해설

$z = 1 + i$  이면  $\bar{z} = 1 - i$  이다.

$$\therefore \frac{z\bar{z}}{z-\bar{z}} = \frac{(1+i)(1-i)}{(1+i)-(1-i)} = \frac{2}{2i} = -i$$

7. 다음 중 옳은 것은?

①  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

②  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③  $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

②  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③  $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

8.  $i(x+2i)^2$  이 실수가 되는 실수  $x$  의 값을 정하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ①  $\pm 1$     ②  $\pm 2$     ③  $\pm 3$     ④  $\pm 4$     ⑤  $\pm 5$

해설

$$\begin{aligned}i(x+2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

9.  $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$  가 순허수일 때,  $x$  의 값은?

- ① 0      ② 1      ③ -3      ④ 1, 3      ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} & (1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i \\ &= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i \\ &= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i \end{aligned}$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 $\neq 0$ 이어야 한다.  
 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서,  $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인  $x$  값을 찾아야 한다.  
 $\therefore x = 1$

10.  $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$  가 순허수가 되는 실수  $x$  의 값을 구하면?

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 2      ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면  $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$  이고  
순허수가 되기 위해선  $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$  이어야  
하므로  $x = -3$  또는  $x = 2$  이다.  
그런데  $x^2 - x - 2 \neq 0$  이어야 하므로  $x \neq 2$   
따라서  $x = -3$

11.  $\frac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}-3}}$ 의 값은?

①  $1 - \sqrt{2}$

②  $-1 - \sqrt{2}$

③  $(1 + \sqrt{2})i$

④  $-(1 + \sqrt{2})i$

⑤  $(1 - \sqrt{2})i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-(3-2\sqrt{2})}} &= \frac{1}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} \times \frac{1}{i} \\ &= (\sqrt{2}+1) \times (-i) \\ &= -(1+\sqrt{2})i\end{aligned}$$

12. 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $-2$ 의 제곱근은  $\sqrt{2}i$ 와  $-\sqrt{2}i$ 이다.

②  $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = -\sqrt{(-2)(-3)}$

③  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}i$

④  $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{\frac{-8}{-2}}$

⑤  $-\sqrt{-16} = -4i$

해설

$$\textcircled{3} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2i} = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$$

13. 복소수  $(1+i)x^2 - (1-4i)x - (2-3i)$ 가 실수일 때의  $x$ 값과 순허수일 때의  $x$ 값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$$(x^2 - x - 2) + (x^2 + 4x + 3)i$$

실수가 되기 위해서는  $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x+1)(x+3) = 0 \therefore x = -3, -1$$

순허수가 되기 위해서는

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{이고 } x^2 + 4x + 3 \neq 0$$

$$x = -1, 2 \text{이고 } x \neq -3, -1 \therefore x = 2$$

$$(-3) \times (-1) \times 2 = 6$$

14.  $a = (1+i)^n$  을 양의 실수가 되게 하는 최소의 자연수  $n$  의 값과 그때의  $a$  의 값의 합을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$$(1+i)^n = ((1+i)^2)^{\frac{n}{2}} = (2i)^{\frac{n}{2}} = 2^{\frac{n}{2}} \cdot i^{\frac{n}{2}}$$

$i^{\frac{n}{2}}$  이 양의 실수가 되는 최소의  $n$  의 값은  $i^4 = 1$  이므로  $\frac{n}{2} = 4$

$$\therefore n = 8$$

$$\therefore a = (2i)^4 = 16$$

$$\therefore n = 8, a = 16$$

$$\therefore n + a = 24$$

15.  $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{100}$  일 때,  $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$  의 값은?

①  $1-i$

②  $0$

③  $-1-i$

④  $2$

⑤  $1+i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = i, \quad \frac{1-i}{1+i} = -i \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$$

$$= f(i) + f(-i)$$

$$= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100}$$

$$= (-i)^{100} + (i)^{100} = 2$$

$$\ast i^4 = 1 \text{ 이므로 } i^{4k} = 1$$

16. 복소수  $z$ 의 켈레복소수를  $\bar{z}$ 라 할 때, 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $z \neq 0$ )

보기

- ㉠  $z + \bar{z}$ 는 실수이다.      ㉡  $z\bar{z} > 0$   
 ㉢  $z - \bar{z}$ 는 허수이다.      ㉣  $z^2 + \bar{z}^2 \geq 0$

- ① ㉠, ㉡      ② ㉠, ㉢      ③ ㉠, ㉣  
 ④ ㉡, ㉣      ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a + bi, \bar{z} = a - bi, (a, b \text{ 는 실수})$

㉠  $z + \bar{z} = 2a$ (실수)

㉡  $z\bar{z} = a^2 + b^2 > 0$

㉢  $z - \bar{z} = 2bi, b = 0$  일 경우에는 0이다.

즉,  $z$ 가 실수부로부터 이루어져 있는 경우에는 실수이다.

ex)  $z = 3, \bar{z} = 3, z - \bar{z} = 3 - 3 = 0$

㉣  $z^2 + \bar{z}^2 = 2(a^2 - b^2) \rightarrow$  우변이 0보다 크거나 같다고 할 수는 없다.

17. 다음 등식을 만족하는 실수  $x$ 의 값을  $a$ ,  $y$ 의 값을  $b$ 라 할 때,  $a+2b$ 의 값을 구하여라.

(단,  $\overline{x+yi}$ 는  $x+yi$ 의 켈레복소수이다.)

$$(2+i)\overline{(x+yi)} = 5(1-i)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(2+i)\overline{(x+yi)} = 5(1-i)$$

$$\overline{(x+yi)} = \frac{5(1-i)}{2+i} = 1-3i$$

$$x+yi = 1+3i$$

$$a=1, b=3$$

$$\therefore a+2b=7$$

18. 0이 아닌 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 때,  $|a| + |b| - |a-b|$ 를 간단히 하면?

- ①  $2a$       ②  $-2b$       ③  $0$       ④  $-2a$       ⑤  $2b$

해설

$$a \geq 0, b < 0$$

$$|a| + |b| - |a-b| = a - b - (a-b) = 0$$

19.  $x, y$  가 실수일 때, 복소수  $z = x + yi$  의 켤레복소수를  $\bar{z}$  라 하면  $z\bar{z} = 3$  일 때,  $\frac{1}{2}\left(z + \frac{3}{z}\right)$  의 값은?

- ①  $x$                       ②  $y$                       ③  $x + y$   
④  $x - y$                     ⑤  $2x + y$

해설

$$\begin{aligned} z &= x + yi, \bar{z} = x - yi \text{ 이므로} \\ z \cdot \bar{z} &= 3 \text{ 이면 } \bar{z} = \frac{3}{z} \text{ 을 대입} \\ \frac{1}{2}\left(z + \frac{3}{z}\right) &= \frac{1}{2}(z + \bar{z}) \\ &= \frac{1}{2}(x + yi + x - yi) \\ &= x \end{aligned}$$

20.  $z = \frac{1+i}{1-i}$  일 때,  $1+z+z^2+\dots+z^{2008}$  의 값은?

- ①  $-i$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $i$       ⑤  $1$

해설

$$z = \frac{1+i}{1-i} = i, z^2 = -1, z^3 = -i, z^4 = 1$$

(준식) :  $1+z+z^2+z^3+\dots+z^{2008}$

처음 네 항의 합 :

$$1+i-1-i=0$$

$$1+z+z^2+z^3+\dots+z^{2008}$$

$$= 0+0+\dots+0+z^{2008}$$

$$= z^{2008}$$

$$= (z^4)^{502}$$

$$= 1$$