

1. 다항식  $x^3 - 2$ 를  $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③  $-2x - 2$

④  $2x + 2$

⑤  $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은  $x$ , 나머지는  $2x - 2$

2. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

3. 다항식  $x^4 - 3x^2 + ax + 5$ 를  $x + 2$ 로 나누면 나머지가 3이다.  $a$ 의 값은?

① 0      ② 2      ③ 3      ④ -2      ⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$ 라 놓자.  
 $f(-2) = 3$ 에서  $-2a + 9 = 3$   
 $\therefore a = 3$

4. 다음 중 다항식  $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$  의 인수인 것은?

①  $a + c$

②  $a - b^2$

③  $a^2 - b^2 + c^2$

④  $a^2 + b^2 + c^2$

⑤  $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

5.  $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

①  $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$     ②  $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$

③  $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$     ④  $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$

⑤  $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2 + x = X$ 라 하자.

$$(\text{준식}) = X(X+1) - 6$$

$$= X^2 + X - 6$$

$$= (X+3)(X-2)$$

$$= (x^2+x+3)(x^2+x-2)$$

$$= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)$$

6. 다항식  $x^5\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

- ① 2차    ② 3차    ③ 6차    ④ 7차    ⑤ 8차

해설

$$\begin{aligned} & x^5\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right) \\ &= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3) \\ &\therefore 6\text{차 다항식} \end{aligned}$$

7.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를  $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가  $x + 3$ 이 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

8.  $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$  의 값을 구하면?

- ①  $2^{32} - 1$                       ②  $2^{32} + 1$                       ③  $2^{31} - 1$   
④  $2^{31} + 1$                       ⑤  $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에  $(2 - 1) = 1$  을 곱해도 식은 성립하므로  
 $P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$   
 $= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$   
 $= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$   
 $= \quad \vdots$   
 $= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$   
 $= 2^{32} - 1$

9. 다항식  $f(x)$  를  $x-1$  로 나누었을 때, 나머지가 3 이고, 다항식  $f(x+2)$  를  $(x+1)^2$  으로 나누었을 때의 나머지는  $ax+4$  이다. 이때, 상수  $a$  의 값을 구하는 과정을 나타낸 것이다. (      )안에 알맞지 않은 것을 고르면?

풀이)  $f(x)$  를  $x-1$  로 나누었을 때의 나머지가 3 이므로 (㉠)이다.  
 $f(x+2)$  를  $(x+1)^2$  으로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$  라 하면 (㉡)  $\cdots$  (㉢)  
(㉢)은  $x$  에 대한 항등식이므로  $x = -1$  을 대입하면 (㉣)이다.  
따라서 (㉠)에서 (㉣)이다.

- ① ㉠  $f(1) = 3$   
② ㉡  $f(x+2) = (x+1)^2 Q(x) + ax+4$   
③ ㉢  $f(-1) = -a+4$   
④ ㉠  $-a+4 = 3$   
⑤ ㉣  $a = 1$

해설

㉢에  $x = -1$  를 대입하면  $f(-1) = -a+4$

10. 다항식  $f(x)$ 를  $(3x+2)(x-4)$ 로 나눈 나머지가  $-2x+1$ 일 때,  $f(x^2+3)$ 을  $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① 7      ② 4      ③ 0      ④ -4      ⑤ -7

해설

$$f(x) = (3x+2)(x-4)Q(x) - 2x+1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x^2+3) = (x-1)Q'(x) + R \cdots \textcircled{2}$$

①의 양변에  $x=4$ 를 대입하면  $f(4) = -7$

②의 양변에  $x=1$ 을 대입하면  $f(4) = R$

$\therefore R = -7$

11.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + 2x^2 - ax + b$ 가  $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어질 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - ax + b = (x^2 + x - 2)Q(x) \\ = (x + 2)(x - 1)Q(x)$$

인수정리에 의해  $x = -2, x = 1$ 을 대입하면 우변이 0이 된다.

$$\therefore f(-2) = -8 + 8 + 2a + b = 0$$

$$f(1) = 1 + 2 - a + b = 0 \text{ 연립하면, } a = 1, b = -2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 5$$

12. 다음 중  $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2$  을 옳게 인수분해 한 것은?

①  $(a-b)^2(a+b)^2$                       ②  $(a^2-b^2)(a^2+b^2)$

③  $(a-b)^2(a^2+b^2)$                       ④  $(a^2-b^2)(a+b)^2$

⑤  $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)^2$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 \\ &= (a^2 + b^2 - 2ab)(a^2 + b^2 + 2ab) \\ &= (a-b)^2(a+b)^2 \end{aligned}$$

13.  $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면  $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= (x - (y - 2))(2x + (3y + 1)) \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore & a = -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$



15.  $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때,  $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

16. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겹넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은 ?

- ①  $(x-a)(x-b)(x-c)$   
 $= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$   
 ②  $\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$   
 $= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$   
 ③  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$   
 ④  $(x+a)(x+b)(x+c)$   
 $= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$   
 ⑤  $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$   
 $= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

**해설**

직육면체의 가로 길이, 세로 길이, 높이를 각각  $a, b, c$  라 하면 대각선의 길이는  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 28$   
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 28^2 \dots \textcircled{1}$   
 또, 모든 모서리의 길이의 합은 176 이므로  $4(a+b+c) = 176$   
 $\therefore a+b+c = 44 \dots \textcircled{2}$   
 이 때, 직육면체의 겹넓이는  $2(ab+bc+ca)$  이므로  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \dots \textcircled{3}$   
 따라서  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  을  $\textcircled{3}$  에 대입하여 겹넓이를 구하면 1152 이다.

17. 등식  $(1 + 2x - x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$  이  $x$ 에 대한  
 항등식일 때,  $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{18} + a_{20}$ 의 값은?

- ①  $-2^{10}$     ②  $-2^9$     ③  $0$     ④  $2^9$     ⑤  $2^{10}$

**해설**

$(1 + 2x - x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20} \dots \text{㉠}$   
 ㉠은  $x$ 에 대한 항등식이므로  $x$ 에 어떤 실수 값을 대입해도 항상  
 성립한다.  
 ㉠의 양변에  $x = 1$ 을 대입하면  
 $2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{19} + a_{20} \dots \text{㉡}$   
 ㉠의 양변에  $x = -1$ 을 대입하면  
 $(-2)^{10} = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots - a_{19} + a_{20} \dots \text{㉢}$   
 ㉡ + ㉢을 하면  
 $2^{10} + (-2)^{10} = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{20})$   
 $2 \times 2^{10} = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{20})$   
 $\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{18} + a_{20} = 2^{10}$

18. 다음 보기 중  $ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c)$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠  $a-b$       ㉡  $b+c$       ㉢  $a-c$

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉠, ㉢  
④ ㉡, ㉢                ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned} & ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c) \\ &= ab^2 - a^2b + ac^2 - a^2c + 2abc - b^2c - bc^2 \\ &= -(b+c)a^2 + (b^2 + 2bc + c^2)a - bc(b+c) \\ &= -(b+c)(a^2 - (b+c)a + bc) \\ &= -(b+c)(a-b)(a-c) \\ &= (a-b)(b+c)(c-a) \end{aligned}$$