

1. $x = -3 + \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 + 6x + 9$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = (-3 + \sqrt{5} + 3)^2 = 5$$

2. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -18

② -6

③ 6

④ 18

⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

3. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$ m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▶ 정답 : 1 초 후

해설

$20t - 5t^2 = 15$ 에서

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$(t-1)(t-3) = 0$$

$$(t-1)(t-3) = 0$$

따라서 $t = 1, 3$ (초)이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

4. $2x^2 + 5x + A$ 를 인수 분해 하였더니 $(x + B)(2x + 3)$ 이 되었다. 이 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B = 4$

해설

$$2x^2 + 5x + A = (x + B)(2x + 3)$$

$$2B + 3 = 5 \quad \therefore B = 1,$$

$$A = 3B \quad \therefore A = 3$$

$$\therefore A + B = 4$$

5. 어떤 이차식을 갑, 을이 다음과 같이 잘못 인수분해 했다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

- (1) 갑은 x 의 계수를 잘못 보고 $(3x-4)(x-6)$ 으로 인수 분해 하였다.
(2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(3x+3)(x-7)$ 으로 인수분해 하였다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=9$

해설

갑은 $3x^2-22x+24$ 에서 상수항 +24 를 맞게 보았고,
을은 $3x^2-18x-21$ 에서 x 의 계수 -18 을 맞게 보았다.
따라서 $3x^2-18x+24=3(x-2)(x-4)$
 $\therefore a=3, b=2, c=4$
 $\therefore a+b+c=9$

6. $x^2 - 4y^2 + 6x + 9$ 를 인수분해 하였을 때, 곱하여진 두 다항식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 6$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4y^2 + 6x + 9 &= x^2 + 6x + 9 - 4y^2 \\&= (x + 3)^2 - 4y^2 \\&= (x + 3 + 2y)(x + 3 - 2y) \\ \therefore x + 3 + 2y + x + 3 - 2y &= 2x + 6\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $2(x-2)(x+3) = (x+5)^2 - 4$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $m-n$ 의 값은? (단, $n > m$)

① -14 ② -11 ③ -8 ④ 8 ⑤ 14

해설

식을 정리하면 $x^2 - 8x - 33 = 0$

$(x-11)(x+3) = 0$

$x = -3$ 또는 $x = 11$ 이므로

$m = -3, n = 11$

$\therefore m - n = -14$

8. 이차방정식 $x^2 - ax - 7 + a = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신 -2 를 대입하면

$$(-2)^2 + 2a - 7 + a = 0$$

$$3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3, x = -2$$

9. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$ 이 중근을 가질 때, 음수 k 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

$$\therefore k = 5 \text{ 또는 } k = -1$$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $b = 0$ 이면 근이 없다.
- ② $a = -4, b = -5$ 이면 중근을 가진다.
- ③ $a > 0, b < 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.
- ④ $a < 0$ 이면 근이 없다.
- ⑤ $b > 0$ 이면 중근을 가진다.

해설

③ $a > 0, b < 0$ 이면 $a^2 - 4b > 0$ 이므로 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

11. 이차방정식 $4x^2 - 2x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값을 구하여라.

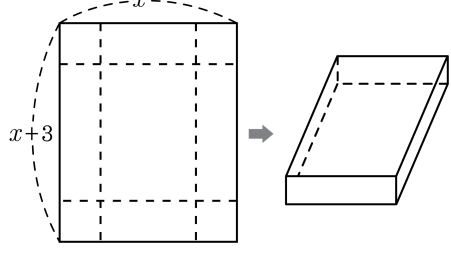
▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= \frac{1}{2}, \quad \alpha\beta = \frac{1}{4} \text{ 이므로} \\ \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = -1\end{aligned}$$

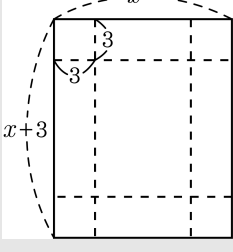
12. 세로의 길이가 가로 길이보다 3 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 한 변의 길이가 3 cm 인 정사각형을 잘라 내어 직육면체의 그릇을 만들었더니 그 부피가 210 cm^3 가 되었다. 처음 직사각형 모양 종이의 가로 길이는?



- ① 12 cm ② 13 cm ③ 15 cm ④ 18 cm ⑤ 20 cm

해설

상자 밑면의 가로는 $x - 6$,
세로는 $(x + 3) - 6 = x - 3$, 높이는 3
이다.
부피는 $(x - 6)(x - 3) \times 3 = 210$
 $x^2 - 9x - 52 = 0, (x + 4)(x - 13) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 13$ (cm)



13. 사차식 $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식 A 로 나누었더니 몫이 $x^2 - 2$ 이고 나머지가 $4x - 5$ 일 때, 이차식 A 를 구하면?

① $3x^2 - 2$

② $3x^2 - 1$

③ $3x^2$

④ $3x^2 + 1$

⑤ $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

14. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

- ① $2^{32} - 1$ ② $2^{32} + 1$ ③ $2^{31} - 1$
④ $2^{31} + 1$ ⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 식은 성립하므로
 $P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= \vdots$
 $= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$
 $= 2^{32} - 1$

15. $(1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - 5x^4 + 6x^5 + 7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은

(3차항)×(상수항), (2차항)×(1차항)

2쌍씩이다.

$$4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$$

16. 등식 $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, \quad y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

17. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 3, -1 이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2+3x+2 로 나눌 때의 나머지는?

① $2x+5$

② $-3x$

③ $3x+6$

④ $4x+7$

⑤ $5x+8$

해설

다항식 $f(x)$ 를 x^2+3x+2 , 즉 $(x+1)(x+2)$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라고 하면

$f(x) = (x+1)(x+2)Q(x) + ax + b$ 로 놓을 수 있다.

문제의 조건에서 $f(-1) = 3$, $f(-2) = -1$ 이므로

$$f(-1) = -a + b = 3$$

$$f(-2) = -2a + b = -1$$

이것을 풀면 $a = 4$, $b = 7$

따라서, 구하는 나머지는 $4x+7$

18. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-3$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a+b+c+d+k$ 의 값을 구하면?

k	1	a	-1	b
		c	d	33
	1	4	11	37

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-3$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

3	1	a	-1	b
		3	$3a+9$	$9a+24$
	1	$a+3$	$3a+8$	$9a+b+24$

이때 $k=3, c=3, a+3=4, 3a+9=d, 9a+b+24=37$
이므로
 $k=3, c=3, a=1, d=12, b=4$
따라서 $a+b+c+d+k=1+4+3+12+3=23$

19. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$\boxed{\text{㉠}}$

$x^2 + 36x + \boxed{\text{㉡}} = (2x + \boxed{\text{㉢}})^2$

$6x^2 + x + \boxed{\text{㉣}} = (3x + 5)(2x + \boxed{\text{㉤}})$

- ① ㉠, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉣
- ④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

$\text{㉠}: 2^2 = 4$

$\text{㉡}: 4 \times \text{㉡} = 36, \therefore \text{㉡} = 9$

$\text{㉢}: 9^2 = 81$

$\text{㉣}: 10 + 3 \times \text{㉣} = 1, \therefore \text{㉣} = -3$

$\text{㉤}: (-3) \times 5 = -15$

20. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0$ 이므로

$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$

$\therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B$
 $= 3A^2 - A + B^2 - 3B$
 $= -2 + 6 = 4$

21. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는 근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

22. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

- ① $x^2 + 6x - 2 = 0$
- ② $x^2 - 6x + 2 = 0$
- ③ $x^2 + 6x - 4 = 0$
- ④ $x^2 - 6x + 4 = 0$
- ⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$
구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로
(두 근의 합) $= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$
 $= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$
 $= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6$
(두 근의 곱) $= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$
 $= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4$
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

23. 식 $\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2$ 을 완전제곱식의 형태로 바꾼다면 $(pa + qb)^2$ 이라고 할 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = \frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2 &= \left(\frac{1}{2}a - b\right)\left(\frac{1}{2}a - b\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}a - b\right)^2\end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$ 이다.

24. 다항식 $x(x+3)(x+4)(x-1)+p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+3)(x+4)(x-1)+p \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x-4)+p \\ & x^2+3x=A \text{ 로 치환하면} \\ & A(A-4)+p=A^2-4A+p \\ & A^2-4A+p=(A-2)^2 \\ & \therefore p=2^2=4 \end{aligned}$$

25. x^8 을 $x + \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q\left(-\frac{1}{2}\right)$ 을 구하면?

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $-\frac{1}{8}$ ④ $-\frac{1}{16}$ ⑤ $-\frac{1}{32}$

해설

$$\begin{aligned} x^8 &= \left(x + \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ x = -\frac{1}{2} \text{ 를 대입하면 } R &= \frac{1}{2^8} \\ x^8 &= \left(x + \frac{1}{2}\right) Q(x) + \frac{1}{2^8} \\ x^8 - \frac{1}{2^8} &= \left(x + \frac{1}{2}\right) Q(x) \\ \left(x^4 + \frac{1}{2^4}\right) \left(x^2 + \frac{1}{2^2}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2}\right) \\ &= \left(x + \frac{1}{2}\right) Q(x) \\ \left(x^4 + \frac{1}{2^4}\right) \left(x^2 + \frac{1}{2^2}\right) \left(x - \frac{1}{2}\right) &= Q(x) \\ \therefore Q\left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= \left(\frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^4}\right) \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2}\right) \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) \\ &= -\frac{1}{16} \end{aligned}$$