

1. 수직선 위의 두 점 $A(-2)$, $B(4)$ 에 대하여 $P(-5)$ 일 때, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

수직선 위의 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 를 구한다.

$A(-2), B(4), P(-5)$ 에 대하여

$$\overline{PA} = |-5 - (-2)| = 3, \overline{PB} = |-5 - 4| = 9$$

$$\therefore \overline{PA} + \overline{PB} = 3 + 9 = 12$$

2. 수직선 위의 두 점 $P(2)$, $Q(x)$ 에 대하여 P , Q 두 점 사이의 거리가 4일 때, x 의 값은 2개이다. 이 중에서 2보다 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x > 2 \text{ 일 때, } x - 2 = 4$$

$$\therefore x = 6$$

3. 좌표평면 위의 세 점 $A(-1, 2)$, $B(2, -3)$, $C(4, 3)$ 에 대하여 다음 중 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $\overline{CA} < \overline{BC} < \overline{AB}$

② $\overline{CA} < \overline{AB} < \overline{BC}$

③ $\overline{AB} < \overline{BC} < \overline{CA}$

④ $\overline{AB} < \overline{CA} < \overline{BC}$

⑤ $\overline{BC} < \overline{AB} < \overline{CA}$

해설

$A(-1, 2)$, $B(2, -3)$, $C(4, 3)$ 에서

$$\overline{AB} = \sqrt{(2+1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{34}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(4-2)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{40}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(-1-4)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{26}$$

$$\sqrt{26} < \sqrt{34} < \sqrt{40} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \overline{CA} < \overline{AB} < \overline{BC}$$

4. 좌표평면에서 두 점 $A(7, 2)$, $B(3, 5)$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 점 $A(7, 2)$, $B(3, 5)$ 사이의 거리는 $\overline{AB} = \sqrt{(3-7)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{16+9} = 5$

5. 두 점 A $(-1, 1)$, B $(1, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

- ① $(3, 0)$ ② $(5, 0)$ ③ $(0, 3)$ ④ $(0, 5)$ ⑤ $(0, 7)$

해설

y 축 위의 점을 $(0, a)$ 라 하면

$\therefore 1^2 + (a - 1)^2 = 1^2 + (a - 5)^2$ 정리하면

$$a = 3$$

6. 직선 $y = x$ 위에 있고, 두 점 $A(1, 6)$, $B(2, -1)$ 에서 같은 거리에 있는 점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① $\frac{8}{3}$

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{12}{3}$

④ $\frac{14}{3}$

⑤ $\frac{16}{3}$

해설

(a, b) 가 $y = x$ 위에 있으므로 $b = a$

$$\sqrt{(a-1)^2 + (a-6)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (a+1)^2}$$

$$(a-1)^2 + (a-6)^2 = (a-2)^2 + (a+1)^2$$

$$-2a + 1 - 12a + 36 = -4a + 4 + 2a + 1$$

$$-12a = -32$$

$$\therefore a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a + b = a + a = \frac{8}{3} \times 2 = \frac{16}{3}$$

7. 세 점 $A(1, 2)$, $B(3, -2)$, $C(-5, -1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 이등변 삼각형

② 예각삼각형

③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

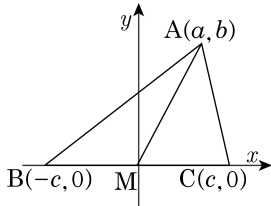
$$\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-5-3)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{65}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(1+5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ 에서}$$

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

8. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 을 증명하는 과정이다.



직선 BC를 x 축, 중점 M을 지나고 변 BC에 수직인 직선을 y 축으로 잡고, 세 꼭짓점 A, B, C의 좌표를 각각

$A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 라 하면

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = (a+c)^2 + b^2 + (a-c)^2 + b^2 = (\text{가}) \text{ 이고,}$$

$$\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2$$

따라서 $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = (\text{나})$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = (\text{다})(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

위

의 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $a^2 + b^2 + c^2, a^2 + b^2 + c^2, 1$
- ② $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 1$
- ③ $2(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 2$
- ④ $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 2$
- ⑤ $3(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 3$

해설

$A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 이므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$= \{(-c-a)^2 + (0-b)^2\} + \{(c-a)^2 + (0-b)^2\}$$

$$= (c^2 + 2ca + a^2 + b^2) + (c^2 - 2ca + a^2 + b^2)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

9. 두 점 $A(-2, -1)$, $B(1, 3)$ 을 잇는 선분 AB 를 $3 : 1$ 로 외분하는 점 Q 의 좌표는?

- ① $(5, -1)$ ② $\left(\frac{5}{2}, 5\right)$ ③ $\left(-3, \frac{5}{2}\right)$
④ $\left(\frac{2}{3}, -1\right)$ ⑤ $(3, 1)$

해설

$$\left(\frac{3+2}{3-1}, \frac{9+1}{3-1}\right) = \left(\frac{5}{2}, 5\right)$$

10. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 좌표가 A (2, -1), B (-3, 5), C (a, b)이고 무게중심의 좌표가 G (-1, 1)일 때, a와 b의 차 $a - b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 5

해설

세 점을 알 때 무게중심을 구하는 공식에서

$$\{2 + (-3) + a\} \div 3 = -1$$

$$\therefore a = -2$$

$$\{(-1) + 5 + b\} \div 3 = 1$$

$$\therefore b = -1$$

따라서, $a - b$ 의 값은 $-2 - (-1) = -1$

11. 세 점 $A(a, 4)$, $B(1, b)$, $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 $G(2, 1)$ 일 때, ab 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ 3

⑤ 4

해설

무게중심의 좌표가 $G(2, 1)$ 이므로

$$\frac{a + 1 + 3}{3} = 2, \frac{4 + b + 1}{3} = 1$$

$$a + 4 = 6 \quad \therefore a = 2$$

$$b + 5 = 3 \quad \therefore b = -2$$

$$\therefore ab = 2 \times (-2) = -4$$

12. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{7}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{7} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

13. 두 점 $A(0, 3)$, $B(5, -2)$ 로부터 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표를 구하면?

- ① $(1, 0)$ ② $(2, 0)$ ③ $(3, 0)$ ④ $(4, 0)$ ⑤ $(5, 0)$

해설

점 P 를 $(\alpha, 0)$ 이라 하자.

$$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{ 이므로, } \alpha^2 + 9 = (\alpha - 5)^2 + 2^2$$

$$\therefore \alpha = 2$$

$$\therefore P = (2, 0)$$

14. $\triangle ABC$ 에서 $A(6, 1)$, $B(-1, 2)$, $C(2, 3)$ 이라 한다. 이 삼각형의 외접원의 반지름을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

외심을 $P(a, b)$ 라 하면

$$(1) \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + (b-2)^2 \\ \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{PC}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2 \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 를 각각 전개하여 정리하면

$$7a - b - 16 = 0, \quad 2a - b - 6 = 0$$

연립하여 풀면 $a = 2$, $b = -2$

따라서 외심은 $(2, -2)$ 이다.

$$(2) \overline{PA}^2 = (2-6)^2 + (-2-1)^2 = 25$$

$$\therefore \overline{PA} = 5$$

15. $\triangle ABC$ 에서 변 BC 를 2 : 3으로 내분하는 점을 D 라 할 때, $3\overline{AB}^2 + 2\overline{AC}^2 = k(3\overline{AD}^2 + 2\overline{DC}^2)$ 을 만족시키는 상수 k 의 값은?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ 5

해설

다음 그림과 같이 변 BC 를 x 축 위에,
점 D 를 원점이 되도록 좌표축을 정하
고, 세 꼭짓점의 좌표를 각각

$A(a, b)$, $B(-2c, 0)$, $C(3c, 0)$ 이라 하면

$$\overline{AB}^2 = (a+2c)^2 + b^2 = a^2 + b^2 + 4c^2 + 4ca$$

$$\overline{AC}^2 = (a-3c)^2 + b^2 = a^2 + b^2 + 9c^2 - 6ca$$

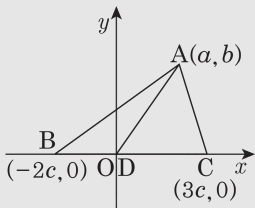
$$\therefore 3\overline{AB}^2 + 2\overline{AC}^2 = 5(a^2 + b^2 + 6c^2) \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{또한 } \overline{AD}^2 = a^2 + b^2, \overline{DC}^2 = 9c^2$$

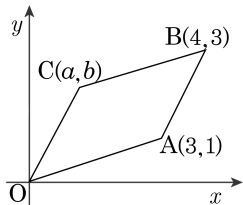
$$\therefore 3\overline{AD}^2 + 2\overline{DC}^2 = 3(a^2 + b^2 + 6c^2) \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 3\overline{AB}^2 + 2\overline{AC}^2 = \frac{5}{3}(3\overline{AD}^2 + 2\overline{DC}^2)$$

$$\therefore k = \frac{5}{3}$$



16. 다음 그림과 같이 네 점 $A(3, 1)$, $B(4, 3)$, $C(a, b)$, $O(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 $OABC$ 에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 $OABC$ 에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

17. 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표가 $G(2, -1)$ 이고 세 변 AB, BC, CA 를 2 : 1 로 내분하는 점이 각각 $P(a, 3)$, $Q(-2, -2)$, $R(5, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

삼각형 ABC 의 무게중심과 삼각형 PQR 의 무게중심은 일치한다.

삼각형 PQR 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{a - 2 + 5}{3}, \frac{3 - 2 + b}{3} \right) \text{ 이므로}$$

$$\frac{a + 3}{3} = 2 \text{ 에서 } a = 3$$

$$\text{또 } \frac{1 + b}{3} = -1 \text{ 에서 } b = -4$$

$$\therefore a + b = -1$$

18. 네 점 $O(0, 0)$, $A(3, 1)$, $B(4, 3)$, $C(a, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\square OABC$ 가 평행사변형일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

평행사변형 $OABC$ 에서 두 대각선 OB , AC 의 중점이 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

19. $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA 의 중점의 좌표가 각각 $(-2, 7)$, $(-6, 4)$, $(5, -2)$ 일 때, 이 삼각형의 무게중심의 좌표는 (a, b) 이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$A(a_1, b_1)$ $B(a_2, b_2)$ $C(a_3, b_3)$ 라고 하면 각 중점좌표는

$$\left(\frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{b_1 + b_2}{2} \right),$$

$$\left(\frac{a_2 + a_3}{2}, \frac{b_2 + b_3}{2} \right),$$

$$\left(\frac{a_3 + a_1}{2}, \frac{b_3 + b_1}{2} \right) \text{ 이고}$$

이들의 합을 3 으로 나누면,

$$\left(\frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}, \frac{b_1 + b_2 + b_3}{3} \right) \text{ 로}$$

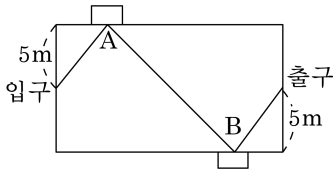
$\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표와 같다.

따라서 무게중심의 좌표는

$$G = \left(\frac{-2 - 6 + 5}{3}, \frac{7 + 4 - 2}{3} \right) = (-1, 3)$$

$\therefore 2$

20. 다음 그림과 같은 전시장에서 관광객이 전시물을 보기 위한 이동 거리를 최소로 하려한다. 전시물 A, B가 있을 때, 전시물 A의 위치는 왼쪽에서 몇 m 떨어져 있어야 하는지 구하여라.(단, 이 전시장은 가로 20m, 세로 10m인 직사각형 모양이다.)

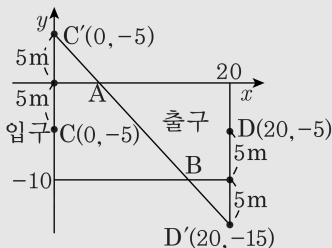


▶ 답 : 5m

▶ 정답 : 5m

해설

전시장의 입구를 점 $C(0, -5)$, 출구를 점 $D(20, -5)$ 라 하자.
 점 $C(0, -5)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $C'(0, 5)$
 점 $D(20, -5)$ 를 직선 $y = -10$ 에 대해 대칭이동한 점은 $D'(20, -15)$ 이다.



이 때, 직선 $C'D'$ 의 방정식은 $y = -x + 5$ 이다.

점 A의 좌표는 직선 $C'D'$ 이 x 축과 만나는 점이므로 $(5, 0)$ 이다.
 따라서, 왼쪽에서 5m 떨어진 곳에 전시물 A가 위치해야 한다.