- 1. 두 점 A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P와 y축 위의 점Q의 좌표를 구하면?
 - \bigcirc P(3.6, 0), Q(0, 6) \bigcirc \bigcirc P(2.4,0), Q(0, 5)
 - ① P(2.4,-1), Q(0, 6) ② P(3.6,0), Q(-1, 6)
 - \bigcirc P(3.6,0), Q(-1, 2)

A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 P(x, 0) 과 Q(0, y)

를 구해야 하므로 $\overline{\mathrm{AP}}$ = $\overline{\mathrm{BP}}$ 에서 $\sqrt{(x+1)^2+2^2}$ = $\sqrt{(x-4)^2+5^2}$ 양변을 정리하면 10x = 36 .: x = 3.6 .: P(3.6, 0)

 $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{1^2 + (y-2)^2} = \sqrt{4^2 + (y-5)^2}$ 양변을 정리하면 6y = 36 ∴ y = 6 ∴ Q(0, 6)

2. 수직선 위에 일정한 간격으로 7 개의 점이 A B C D E F G 있다. 7 개의 점을 각각 A, B, C, D, E, F, G 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

 \bigcirc $\overline{\mathrm{CD}}$ 를 2:3 으로 외분하는 점은 F \bigcirc $\overline{\mathrm{AG}}$ 를 2:1 로 내분하는 점은 E

 \bigcirc \overline{AC} 를 3:1 로 외분하는 점은 D

① ① ② ② ③ ①, ②

④ つ, ⊜ ⑤ ∟, ⊜

①, ⓒ은 참 \bigcirc $\overline{\mathrm{CD}}$ 를 2:3 으로 외분하는 점은 A 이므로 거짓.

해설

- **3.** 두 점 A(a,4), B(1,b) 에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점을 P, y축 위의 점을 Q라 하면, $\Delta {\rm OPQ}$ 의 무게중심은 ${\rm G}(-1,1)$ 이다. 이때, a-b의 값을 구하면?
 - ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

P(x,0), Q(0,y)라 하면, $\frac{0+x+0}{3} = -1, \frac{0+0+y}{3} = 1 \text{ and } x = -3, y = 3$

 $\therefore P(-3,0), Q(0,3)$

 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 에서

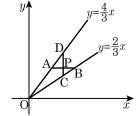
해설

 $(a+3)^2 + 4^2 = (1+3)^2 + b^2$ $a^2 + 6a + 9 = b^2$ $\overline{QA}^2 = \overline{QB}^2$ of A

 $a^2 + (4-3)^2 = 1^2 + (b-3)^2$

 $a^2 = b^2 - 6b + 9$ 두 식을 변변 빼고 정리하면 a - b = -3

- 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 와 $y = \frac{2}{3}x$ 사이에 위치한 제 1 사분면의 점 P 에서 x 축, y 축에 각각 평행
 - 한 선분을 그어 위의 두 직선과 만나는 점을 그림에서와 같이 각각 A,B,C,D 라 하자. 이 때, $\frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}}$ 의 값은?



- ⑤ P 의 위치에 따라 일정하지 않다.

직선
$$y = \frac{4}{3}x$$
 의 기울기에서 $\frac{\overline{DP}}{\overline{AP}} = \frac{4}{3}$
직선 $y = \frac{2}{3}x$ 의 기울기에서 $\frac{\overline{CP}}{\overline{BP}} = \frac{2}{3}$
 $\therefore \frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{DP}} \cdot \frac{\overline{BP}}{\overline{CP}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$

- **5.** 두 직선 3x-2y-4=0 , x+2y-4=0 의 교점과 점 (1,-4) 를 지나는 직선의 방정식은?
 - 3 x - 2y - 1 = 0
- ② 5x + y 9 = 0
- 3 2x y + 3 = 0
- (4) 2x 3y 1 = 0

 $\begin{cases} 3x - 2y - 4 = 0 & \dots & \textcircled{} \\ x + 2y - 4 = 0 & \dots & \textcircled{} \end{cases}$

①+ⓒ: x=2, y=1: 교점: (2, 1)

.. 구하는 직선은 $y-1=\frac{-4-1}{1-2}(x-2)=5(x-2)$.. 5x-y-9=0

- 6. 두 직선 x + y = 1, ax + 2y + a + 2 = 0 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 정수 a 값의 개수를 구하면?
 - ① 1
- **2**2

- 3 3 4 4 5 5

해설 $x + y = 1 \cdots \bigcirc$

$$ax + 2y + a + 2 = 0 \cdot \cdot \cdot \bigcirc$$

$$\Box - \bigcirc \times 2 : (a-2)x + \Box$$

$$\Rightarrow y = 1 - x = \frac{2a + 2}{a - 2}$$

$$\therefore$$
 교점 : $\left(\frac{a+4}{2-a}, \frac{2a+2}{a-2}\right)$

교점이 제 1 사분면에 있으므로
$$\frac{a+4}{2-a} > 0, \ \frac{2a+2}{a-2} > 0$$

$$(a-2)(a+4) < 0, \ 2(a+1)(a-2) > 0$$

$$\Rightarrow -4 < a < 2, \ a < -1 \ or \ a > 2$$
∴ $-4 < a < -1$

7. x축 위의 점 P로부터 직선 4x + 3y + 2 = 0까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

➢ 정답: 5

P의 좌표를 $(\alpha, 0)$ 이라 하면

 $P 에서 직선까지의 거리가 2이므로 <math display="block"> \frac{|4 \cdot \alpha + 3 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$

 $\therefore |4\alpha + 2| = 10$

 $4\alpha + 2 = \pm 10$

∴ α = 2, -3 ∴ 거리 l은 l = 2 - (-3) = 5

- 좌표평면 위에서 원점과 직선 x-y-3+k(x+y)=0 사이의 거리를 8. f(k) 라 할 때, f(k) 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)
 - ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$$x-y-3+k(x+y)=0$$
 에서
 $(k+1)x+(k-1)y-3=0$
원점에서 이 직선까지의 거리
 $f(k)=\frac{|-3|}{|-3|}$

$$f(k) = \frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k-1)^2}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2(k^2+1)}}$$

$$=\frac{3}{\sqrt{2(k^2+1)}}$$

따라서
$$f(k)$$
 는 분모가 최소일 때
최대가 되므로 $f(k)$ 의 최대값은

$$k = 0 일 때 \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

9. 좌표평면 위의 세 점 A(-1, 2), B(x, 0), C(3, 1)에 대하여 $\angle ABC$ 가 직각일 때, 실수 x의 값의 합은?

①2 ②3 ③4 ④5 ⑤6

△ABC는 ∠B가 직각인 직각삼각형이므로

피타고라스의 정리에 의하여 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 \cap \text{성립한다.}$ $(x+1)^2 + 4 + (x-3)^2 + 1 = 16 + 1$ $x^2 - 2x - 1 = 0$

 $x = \frac{1}{2}$: 근과 계수와의 관계에 의하여 실수 x의 값의 합은 2이다.

10. 두 점 A(2,-1), B(6,3) 에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점을 P, y축 위의 점을 Q라 할 때, $\triangle OPQ$ 의 외심의 좌표를 (x,y)라 할 때, x+y의 값을 구하여라.(단, O는 원점)

답:

➢ 정답: 5

해설

P(a,0), Q(0,b) 라 하면

 $(2-a)^2 + (-1-0)^2 = (6-a)^2 + (3-0)^2 \cdots \bigcirc$ $(2-0)^2 + (-1-b)^2 = (6-0)^2 + (3-b)^2 \cdots \bigcirc$ $(3-a)^2 + (3-b)^2 + (3-b)^2 \cdots \bigcirc$

 \bigcirc 에서 a=5, \bigcirc 에서 b=5 $\triangle OPQ$ 의 외심을 (x,y)라 하면

 $x^{2} + y^{2} = (x - 5)^{2} + y^{2} = x^{2} + (y - 5)^{2}$

 $\therefore -10x + 25 = 0, -10y + 25 = 0$

 $\therefore \quad x = y = \frac{5}{2}$

따라서 외심의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

 $\therefore x + y = 5$

- **11.** 좌표평면 위의 점 A (1, 2)에서 x축 위의 점 P를 지나 점 B (5, 1)를 지나는 최단 경로의 거리는?
 - ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 8

점 A를 x축에 대해 대칭시키는 새로운 점 A' (1, -2)에 대해 선분 A'B의 거리를 구하면 된다. $\overline{A'B} = \sqrt{(5-1)^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{25} = 5$

해설

- **12.** 세 점 A(2,1), B(1,3), C(2,0) 에 대하여 $2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?
 - ① x-y+1=0 ② x+2y+3=0 ③ x-3y-2=0 ④ x-4y+5=0 ⑤ x-5y+4=0

 $\therefore x - 5y + 4 = 0$

점 P의 좌표를 (x,y)라 하면 $\overline{AP}^2 = (x-2)^2 + (y-1)^2$ $= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1$ $= x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5$ $\overline{BP}^2 = (x-1)^2 + (y-3)^2$ $= x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9$ $= x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10$ $\overline{CP}^2 = (x-2)^2 + y^2$ $= x^2 - 4x + 4 + y^2$ $= x^2 - 4x + y^2 + 4$ $2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2 \text{에서}$ $2(x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5) + x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10 = 3(x^2 - 4x + y^2 + 4)$ $3x^2 - 10x + 3y^2 - 10y + 20 = 3x^2 - 12x + 3y^2 + 12$ 2x - 10y + 8 = 0

13. 세 점 A(-1,-4) , B(3,-3) , C(7,1) 과 좌표평면 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값은?

① 46 ② 45 ③ 44 ④ 43 ⑤ 42

점 P 를 P(x,y) 라고 하면 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ = $\{(x+1)^2 + (y+4)^2\}$ + $\{(x-3)^2 + (y+3)^2\}$ + $\{(x-7)^2 + (y-1)^2\}$ = $x^2 + 2x + 1 + y^2 + 8y + 16 + x^2 - 6x + 9$ + $y^2 + 6y + 9 + x^2 - 14x + 49 + y^2 - 2y + 1$ = $3x^2 - 18x + 3y^2 + 12y + 85$ = $3(x^2 - 6x + 9) + 3(y^2 + 4y + 4) + 46$ = $3(x-3)^2 + 3(y+2)^2 + 46$ 따라서 x = 3, y = -2 일 때, $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값은 46 이다.

- **14.** 두 직선 x 3y + 5 = 0 , x + 9y 7 = 0 의 교점을 지나고, x 축의 양의 방향과 30 °의 각을 이루는 직선의 방정식이 x+by+c=0 일 때 b+c의 값을 구하여라.
 - ▶ 답:

▷ 정답: 2

두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

(-2, 1) 이고, 기울기는 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다. 따라서 구하는 직선의 방정식은 $y-1=\frac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$

 $\therefore x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} + 2 = 0$ $\therefore b = -\sqrt{3}, c = 2 + \sqrt{3} \qquad \therefore b + c = 2$

- **15.** A (1,1), B (-2,-3), C (k,k+1)이 일직선 위에 있도록 하는 상수 k의 값을 구하여라.
 - ▶ 답:

▷ 정답: k= 4

A, B, C가 일직선 위에 있으려면

해설

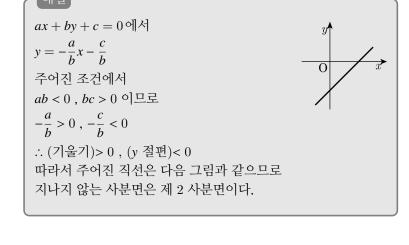
 \overline{AB} 와 \overline{BC} 의 기울기가 일치해야 한다. $\therefore \frac{-3-1}{-2-1} = \frac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$

 \Rightarrow : k=4

16. 직선 ax + by + c = 0에 대하여 ab < 0, bc > 0일 때, 이 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

 답:
 사분면

 > 정답:
 제 2사분면



- 17. 임의의 실수 k 에 대하여 (x+y-5)+k(2x-y-1)=0으로 나타 나는 직선 l과 두 점 A(-3,-2), B(3,-5)로 이루어진 \overline{AB} 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
 - k의 값에 관계없이 l은 점 (2, 3)을 지난다.
 l은 AB와 한 점에서 만날 수 있다.
 - ③ 직선 l은 직선 2x y 1 = 0과 겹칠 수는 없다.
 - ④l과 \overline{AB} 가 수직이 될 수도 있다.
 - ⑤ l과 \overline{AB} 가 평행할 수도 있다.
 - 의 1파 AB가 항망할 구도 있다.

 $k = -\frac{1}{5}$ 로 존재한다.

해설 임의의 실수 k에 대하여 (x+y-5) + k(2x-y-1) = 0① k의 값에 관계없이 x + y - 5 = 0, 2x - y - 1 = 0연립하여 풀면, x = 2, y = 3따라서 직선 l은 점 (2,3)을 지난다. ② l은 점 (2, 3)을 지나는 직선이므로 \overline{AB} 와 한 점에서 만날 수 있다. ③, ④ 직선 AB의 방정식은 $y+5=\frac{-5-(-2)}{3-(-3)}(x-3)$ 에서 $y = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{2} \stackrel{?}{=}, x + 2y + 7 = 0$ 한편, 직선 l이 직선 AB와 수직이려면 기울기 2이고 (2,3)을 지나는 직선이 될 때인데, y-3=2(x-2) 에서 2x-y-1=0그러나 직선 $l \stackrel{c}{\leftarrow} (x+y-5) + k(2x-y-1) = 0$ 이므로 어떠한 k에 대해서도 2x - y - 1 = 0인 직선은 나타나지 않는다. \therefore 2x-y-1=0이면 k값에 관계없이 x+y-5=0이 되어 동시에 만족시키는 것은 오직 점(2,3)뿐이고, 직선이 될 수 없다. ⑤ 직선 1을 고치면 (1+2k)x + (1-k)y - 5 - k = 0평행하려면 $\frac{1+2k}{1}=\frac{1-k}{2}$ 에서

18. 점 (3, 4) 에서 직선 2x - y + k = 0 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

답:

▷ 정답: 3

 $\frac{|2\times 3-4+k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}\, \text{이므로, } |2+k|=5\, \text{이다.}$ 따라서 k=3 $(\because k 는 양수)$

19. 세 직선 x + 2y - 2 = 0, 3x - y - 6 = 0, 2x - 3y + 3 = 0에 의해서 만들어지는 삼각형의 넓이는?

② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$ $\textcircled{1} \quad \frac{5}{2}$

 $\begin{cases} x + 2y - 2 = 0 & \cdots & \bigcirc \\ 3x - y - 6 = 0 & \cdots & \bigcirc \\ 2x - 3y + 3 = 0 & \cdots & \bigcirc \end{cases}$

③과 ©, ⑤과 ⓒ, ⑥과 ⓒ의 교점을 각각

A, B, C라 하고 교점을 구한다.

 $\therefore \mathbf{A} = (2,0)$

(ii) $\bigcirc \times 2$ - ©에서 x = 0, y = 1. $\therefore B = (0, 1)$

 $(iii) ② <math>\times 3 - ②$ 에서 x = 3, y = 3. $\therefore C = (3,3)$

 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 밑변으로 하면, 밑변의 길이는 $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

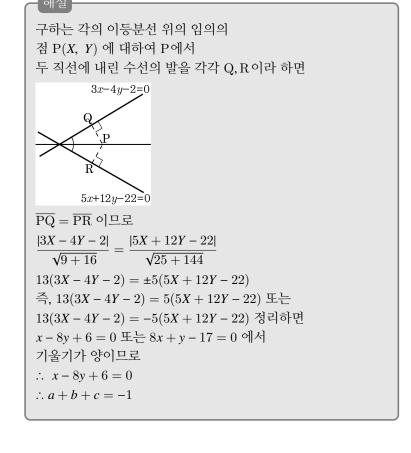
높이는 A와 © 사이의 거리이므로

삼각형의 높이는 $\frac{|4-0+3|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\frac{7}{\sqrt{13}}$:: $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\sqrt{13}\frac{7}{\sqrt{13}}=\frac{7}{2}$

20. 두 직선 3x-4y-2=0, 5x+12y-22=0 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 ax+by+c=0 일 때, a+b+c 의 값을 구하여라.

답:

▷ 정답: -1



- **21.** 점 (a, b)가 직선 2x-y-2=0 위를 움직일 때, 점 (a, a+b)의 자취의 방정식은?
 - ① y = 6x 5 ① y = 7x 6
- - ① y = 3x 2 ② y = 4x 3 ③ y = 5x 4

해설

 $x = a \cdots \bigcirc$

 $y = a + b \cdots$ 에서

a,b 를 소거한다.

점 (a,b)가 직선 2x - y - 2 = 0 위를

움직이므로 2a - b - 2 = 0 $\therefore b = 2a - 2$ 이것을 \bigcirc 에 대입하면

y = 3a - 2

 $\therefore y = 3x - 2 \ (\because \ \bigcirc)$

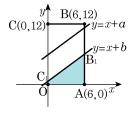
22. 직선 x + y = 2 위에 있고, 두 점 A(0,6), B(2,2) 에서 같은 거리에 있는 점을 P라 할 때, \overline{AP} 의 길이를 구하면?

① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ 5

- 23. 세 점 A(-2, 0), B(-1, √3), C(1, -4) 를 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC 에서 ∠A 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, △ABD 와 △ACD 의 넓이의 비는?
 - ① 1:2 ② 1:3 ③ 1:4 ④ 2:3 ⑤ 2:5

해설

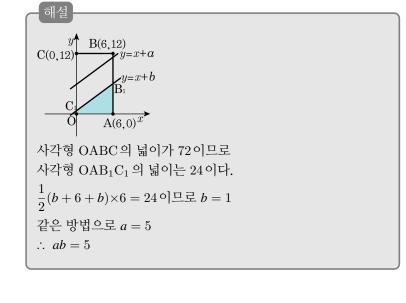
점 D 가 ∠A 의 이등분선과 변 BC 의 교점이므로 BD : DC = AB : AC = √1+3 : √9+16=2:5 ∴ △ABD : △ACD = BD : DC = 2:5 ${f 24.}$ 네 점 ${
m O}(0,0),\ {
m A}(6,0),\ {
m B}(6,12),\ {
m C}(0,12)$ 를 꼭지점으로 하는 사각형 OABC가 있다. 그림과 같이 두 직선 y = x + a, y = x + b가 사각형 OABC의 넓이를 삼등분할 때, ab의 값은?



① 4

25

3 6 4 7 5 8



25. 세 직선
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$$
 이 삼각형을 만들지 못할 때, 모든 상수 a $ax + y = 0$

의 값을 구하면?

③
$$a = 2 \, \Xi \stackrel{\vdash}{=} a = \frac{1}{2} \, \Xi \stackrel{\vdash}{=} a = \frac{2}{3}$$

⑤
$$a = -2$$
 또는 $a = \frac{1}{2}$ 또는 $a = \frac{2}{3}$

$$\begin{cases} x + 2y = 5 & \cdots \\ 2x - 3y = -4 & \cdots \end{cases}$$

(i) ⓒ이 점(1, 2) 를 지날 때,
$$a + 2 = 0$$
 에서 $a = -2$

$$(ii)$$
 ⓒ이 ①과 평행할 때, $a=rac{1}{2}$ (iii) ⓒ이 ⓒ과 평행할 때, $a=-rac{2}{3}$

이상에서 구하는 모든 상수
$$a$$
 의 값은 $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$

또는
$$a = -\frac{2}{3}$$
 이다.