

1. 72에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$72 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$a = 2$$

$$2^3 \times 3^2 \times 2 = b^2$$

$$2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

2. $\frac{686}{n} = a^2$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a + n$ 의 값을 구하여라.
(단, n 은 조건을 만족하는 최소의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} 686 &= 2 \times 7^3 \\ n &= 14, \quad a = 7 \\ a + n &= 7 + 14 = 21 \end{aligned}$$

3. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.
 $1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

$1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

4. 두 자연수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 최대공약수를 $[a, b]$ 라 정의한다.
 x 는 1000 이하의 자연수라 할 때, $[x, 24] = 8$ 를 만족하지 않는 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 916 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $[x, 24] = 8$ 이므로
 x 는 2^3 을 인수로 가지고 3 을 인수로 가지지 않는 수이다.
따라서 x 는 8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수이다.
1000 이하의 8 의 배수는 125 개, 24 의 배수가 41 개이므로,
8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수는 $125 - 41 = 84$ 이다.
 $\therefore$ 구하는 값은 $1000 - 84 = 916$ 이다.

5. $|x| \leq 6$ 를 만족하는 두 정수 a, b 에 대하여 $a + b > 0$, $a \times b < 0$ 이다.
 $a - b$ 의 값 중 가장 큰 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$|x| \leq 6$ 인 정수는 $-6, -5, -4, \dots, 4, 5, 6$ 이므로
 $a = 6, b = -5$ 일 때,
 $a + b = 6 + (-5) > 0$ (참)
 $a \times b = 6 \times (-5) < 0$ (참)
 $a - b = 6 - (-5) = 11$

6. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a

② a^2

③ a^3

④ $\frac{1}{a}$

⑤ $-a$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 놓으면,

① $a = \frac{1}{2}$

② $a^2 = \frac{1}{4}$

③ $a^3 = \frac{1}{8}$

④ $\frac{1}{a} = 2$

⑤ $-a = -\frac{1}{2}$

7. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{99}{100}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900} \\ &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} \cdots + \frac{1}{99 \times 100} \\ &= \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \cdots + \right. \\ & \quad \left. \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \right\} \\ &= 1 - \frac{1}{100} \\ &= \frac{99}{100} \end{aligned}$$

8. 한 자리 자연수 a, b 와 두 자리 자연수 c, d 에 대하여 $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{7}$, $\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{8}$ 일 때, $\frac{c}{a} + \frac{d}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{7}$ 를 만족하는 두 자리 수 c 는 반드시 7 의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 8$, $c = 56$ 이다.

$\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{8}$ 를 만족하는 두 자리 수 d 는 반드시 8 의 배수이어야 한다.

따라서 $b = 9$, $d = 72$ 이다.

$$\therefore \frac{c}{a} + \frac{d}{b} = 7 + 8 = 15$$