

1. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.

$1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

2. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5, 280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4이다.

3. 다음 조건을 모두 만족하는 자연수 n 중 가장 작은 수를 구하여라.
- (1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다.
 - (2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.
 - (3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

(1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다. $\rightarrow n$ 은 5 의 인수를 가진다.

(2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.

$168 = 2^3 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3 \rightarrow n$ 은 $2^3 \times 3$ 을 인수로 가지고 7 은 인수로 가지지 않는다.

(3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

$15 = 3 \times 5 \rightarrow n$ 은 인수 3, 5 의 지수가 홀수이고 나머지 인수의 지수는 짝수인 수이다.

$\therefore n$ 중 가장 작은 수 $= 2^4 \times 3 \times 5 = 240$

4. 두 자연수 a, b 는 곱이 4200 이고 합이 145 이다. $a - b$ 를 각각 구하여라.(단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

두 자연수 a, b 를 각각 $a = GA, b = GB$ 라 하면,
 $ab = G^2AB = 4200, a + b = G(A + B) = 145$ 이므로
 $G = 5, AB = 168, A + B = 29$ 이다.

따라서 $A = 21, B = 8$ 이므로 $a = 5 \times 21 = 105, b = 5 \times 8 = 40$
이고, $a - b = 65$ 이다.

5. 어떤 자연수로 100 을 나누면 4 가 남고, 70 을 나누면 6 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 16

② 18

③ 24

④ 32

⑤ 48

해설

96 과 64 의 최대공약수이므로 32

6. 사과 68 개, 귤 111 개, 배 82 개를 될 수 있는대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 8 개가 남고, 귤은 1 개가 남고 배는 8 개가 모자란다고 한다. 이때, 학생 수를 구하여라.

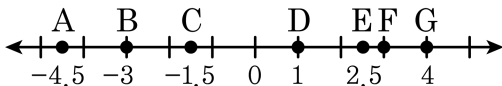
▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10명

해설

학생 수는 $68 - 8 = 60$, $111 - 1 = 110$, $82 + 8 = 90$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

7. 다음 수직선 위의 각 점에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



- ① 양의 정수에 해당하는 점은 3 개이다.
- ② 음수에 해당하는 점은 3 개이다.
- ③ 원점에서 가장 가까운 점은 점 D 이다.
- ④ 점 A 와 점 B 사이에는 1개의 유리수가 있다.
- ⑤ 정수가 아닌 유리수는 3 개이다.

해설

- ④ 점 A 와 점 B 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

8. 다음 수를 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 세 번째에 있는 수는?

- ① $+3$ ② $+\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ -2 ⑤ $+1$

해설

수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서부터 차례로 쓰면 $-2, -\frac{1}{2}, +\frac{2}{3}, +1, +3$ 이다. 따라서 세 번째에 있는 수는 $+\frac{2}{3}$ 이다.

9. 두 정수 x, y 에 대하여 $A(x, y)$ 를 x, y 중 절댓값이 크지 않은 수의 절댓값이라고 정의 할 때, $A(3, -5) + A(-6, 2)$ 의 값을 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

3 의 절댓값은 3 이고 -5 의 절댓값은 5 이므로 절댓값이 크지 않은 수의 절댓값은 3 이 된다.

또, $A(6, -2)$ 의 값을 구해보자. -6 의 절댓값은 6 이고 2 의 절댓값은 2 이므로 절댓값이 크지 않은 수의 절댓값은 2 이다. 이것을 합하면 5 가 된다.

10. 두 정수 x, y 에 대하여 $B(x, y)$ 를 x, y 중 절댓값이 작지 않은 수의 절댓값이라고 정의 할 때, $B(-4, -9) + B(2, -7)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$B(x, y)$ 를 x, y 중 절댓값이 작지 않은 수의 절댓값일 때 $B(-4, -9)$ 의 값을 구해보자.

-4 의 절댓값은 4 이고 -9 의 절댓값은 9 이므로 절댓값이 작지 않은 수의 절댓값은 9 가 된다.

또, $B(2, -7)$ 의 값을 구해보자. 2 의 절댓값은 2 이고 -7 의 절댓값은 7 이므로 절댓값이 작지 않은 수의 절댓값은 7 이다. 이것을 합하면 16 이 된다.

11. $|x| \leq 6$ 를 만족하는 두 정수 a, b 에 대하여 $a + b > 0$, $a \times b < 0$ 이다.
 $a - b$ 의 값 중 가장 큰 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$|x| \leq 6$ 인 정수는 $-6, -5, -4, \dots, 4, 5, 6$ 이므로

$a = 6, b = -5$ 일 때,

$$a + b = 6 + (-5) > 0 \text{ (참)}$$

$$a \times b = 6 \times (-5) < 0 \text{ (참)}$$

$$a - b = 6 - (-5) = 11$$

12. 서로 다른 유리수 a, b, c, d 가 다음 조건을 만족할 때, a, b, c, d 의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

ㄱ. 수직선에서 a 와 c 를 나타내는 점은 원점으로부터 같은 거리에 있다.

ㄴ. 수직선에서 d 를 나타내는 점은 a 를 나타내는 점보다 원점에 가깝다.

ㄷ. a 는 음수이다.

ㄹ. $b - c > 0$ 이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : $a < d < c < b$

해설

ㄱ, ㄷ에서 $|a| = |c|$ 이고, $a < 0, c > 0$ 임을 알 수 있다.

ㄴ에서 $d > a$ 를 알 수 있고, ㄱ에서 $a < d < c$ 를 알 수 있다.

ㄹ에서 $b > c$ 를 알 수 있다.

13. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{99}{100}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900} \\ &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} \cdots + \frac{1}{99 \times 100} \\ &= \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \cdots + \right. \\ & \quad \left. \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \right\} \\ &= 1 - \frac{1}{100} \\ &= \frac{99}{100} \end{aligned}$$

14. $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{25}{51}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499} \\ &= \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{49 \times 51} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) \\ &\quad + \cdots + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{25}{51} \end{aligned}$$

15. 두 정수 a, b 에 대하여 $|a| = 10$, $|b| = 13$ 이고 $a - b$ 의 최댓값을 M , $|a + b|$ 의 최솟값을 N 이라 할 때, $M + N$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$|a| = 10$ 이면 $a = \pm 10$, $|b| = 13$ 이면 $b = \pm 13$

$a - b$ 의 최댓값은 $10 - (-13) = 23 = M$

$|a + b|$ 의 최솟값은 $|10 + (-13)| = 3 = N$

$\therefore M + N = 23 + 3 = 26$

16. $a > 0$, $b < 0$ 인 두 정수 a , b 에 대하여 a 의 절댓값은 b 의 절댓값의 3 배이고, a , b 에 대응하는 수직선 위의 두 점 사이의 거리는 12 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

a , b 에 대응하는 수직선 위의 두 점 사이의 거리가 12 이고
 a 의 절댓값은 b 의 절댓값의 3 배이므로

a 의 절댓값은 $12 \times \frac{3}{1+3} = 9$ 이고

b 의 절댓값은 $12 \times \frac{1}{1+3} = 3$ 이다.

$a > 0$, $b < 0$ 이므로 $a = +9$, $b = -3$ 이다.

$\therefore a + b = 9 + (-3) = 6$

17. 경수, 민정, 진철, 해용 네 사람이 카드놀이를 하는데 매회 네 사람이 얻은 점수의 합은 0점이 된다고 한다. 이 때, 다음의 주어진 표의 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.(단, ㉠ ~ ㉢순서대로 써라.)

	경수	민정	진철	해용
1회	+3	㉠	+7	-5
2회	㉡	+2	-4	㉢
3회	-3	+3	-2	+2
합계	+5	0	+1	㉣

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : +5 또는 5

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : -6

해설

$$(+3) + \textcircled{1} + (+7) + (-5) = 0, \textcircled{1} + 5 = 0$$

$$\therefore \textcircled{1} = -5,$$

$$(+3) + \textcircled{2} + (-3) = +5 \therefore \textcircled{2} = +5,$$

$$(+5) + (+2) + (-4) + \textcircled{3} = 0 \therefore \textcircled{3} = -3,$$

$$(-5) + (-3) + (+2) = \textcircled{4} \therefore \textcircled{4} = -6$$

18. 어떤 정수와 6 의 합은 양수이고 어떤 정수와 4 의 합은 음수이다.
어떤 정수는 무엇인가?

①

-5

② -4

③ -7

④ -6

⑤ -3

해설

어떤 정수를 x 라 하면

$x + 6 > 0$ 이므로 $x > -6$

$x + 4 < 0$ 이므로 $x < -4$

$\therefore -6 < x < -4$ 이므로 $x = -5$