

1. 72에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$72 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$a = 2$$

$$2^3 \times 3^2 \times 2 = b^2$$

$$2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

2. 1200 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $b - a^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$1200 \div a = b^2 \text{ 에서}$$

$$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$$

$$a = 3$$

$$2^4 \times 3 \times 5^2 \div 3 = b^2$$

$$2^4 \times 5^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 5 = 20$$

$$b - a^2 = 20 - 3^2 = 11$$

3. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 9

④ 25

⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2 + 1) \times (a + 1) \times (1 + 1)$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

4. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때

$$36 = (5 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) \text{ 이므로}$$

$$\square = 2^4 = 16$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때

$$36 = (a + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

5. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.
 $1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

6. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1,4 이다.

7. 가로, 세로의 길이가 각각 16cm, 24cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이로 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 2304cm²

해설

16과 24의 최소공배수는 48이므로 정사각형의 한 변의 길이는 48cm이다.
따라서 구하는 정사각형의 넓이는 $48 \times 48 = 2304(\text{cm}^2)$ 이다.

8. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 6cm, 8cm, 4cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 빈틈없이 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

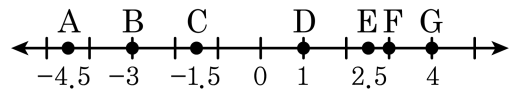
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 3456cm²

해설

6, 8, 4의 최소공배수는 24이므로, 한 모서리의 길이가 24cm 인 정육면체의 겉넓이는
 $24 \times 24 \times 6 = 3456(\text{cm}^2)$

9. 다음 수직선 위의 각 점에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

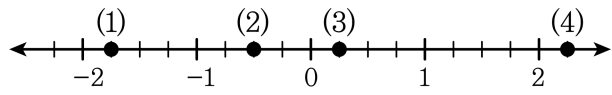


- ① 양의 정수에 해당하는 점은 3 개이다.
- ② 음수에 해당하는 점은 3 개이다.
- ③ 원점에서 가장 가까운 점은 점 D 이다.
- ④ 점 A 와 점 B 사이에는 1개의 유리수가 있다.
- ⑤ 정수가 아닌 유리수는 3 개이다.

해설

- ④ 점 A 와 점 B 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

10. 수직선을 보고, 각 점에 대응하는 수를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $-\frac{7}{4}(= -1.75)$

▷ 정답 : (2) $-\frac{1}{2}(= -0.5)$

▷ 정답 : (3) $+\frac{1}{4}(= +0.25)$

▷ 정답 : (4) $+\frac{9}{4}(= +2.25)$

해설

수직선의 한 칸이 0.25

그러므로 (1) $-\frac{7}{4}(= -1.75)$

(2) $-\frac{1}{2}(= -0.5)$

(3) $+\frac{1}{4}(= +0.25)$

(4) $+\frac{9}{4}(= +2.25)$

11. $|x| \leq 6$ 를 만족하는 두 정수 a, b 에 대하여 $a + b > 0$, $a \times b < 0$ 이다.
 $a - b$ 의 값 중 가장 큰 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$|x| \leq 6$ 인 정수는 $-6, -5, -4, \dots, 4, 5, 6$ 이므로
 $a = 6, b = -5$ 일 때,
 $a + b = 6 + (-5) > 0$ (참)
 $a \times b = 6 \times (-5) < 0$ (참)
 $a - b = 6 - (-5) = 11$

12. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a

② a^2

③ a^3

④ $\frac{1}{a}$

⑤ $-a$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 놓으면,

① $a = \frac{1}{2}$

② $a^2 = \frac{1}{4}$

③ $a^3 = \frac{1}{8}$

④ $\frac{1}{a} = 2$

⑤ $-a = -\frac{1}{2}$

13. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{99}{100}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900} \\ &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} \cdots + \frac{1}{99 \times 100} \\ &= \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \cdots + \right. \\ & \quad \left. \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \right\} \\ &= 1 - \frac{1}{100} \\ &= \frac{99}{100} \end{aligned}$$

14. $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{51}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499} \\ &= \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{49 \times 51} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) \\ & \quad + \cdots + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{25}{51} \end{aligned}$$

15. 두 정수 a, b 에 대하여 $|a| = 10$, $|b| = 13$ 이고 $a - b$ 의 최댓값을 M , $|a + b|$ 의 최솟값을 N 이라 할 때, $M + N$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$|a| = 10$ 이면 $a = \pm 10$, $|b| = 13$ 이면 $b = \pm 13$

$a - b$ 의 최댓값은 $10 - (-13) = 23 = M$

$|a + b|$ 의 최솟값은 $|10 + (-13)| = 3 = N$

$\therefore M + N = 23 + 3 = 26$

16. $a > 0$, $b < 0$ 인 두 정수 a , b 에 대하여 a 의 절댓값은 b 의 절댓값의 3 배이고, a , b 에 대응하는 수직선 위의 두 점 사이의 거리는 12 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

a , b 에 대응하는 수직선 위의 두 점 사이의 거리가 12 이고
 a 의 절댓값은 b 의 절댓값의 3 배이므로

a 의 절댓값은 $12 \times \frac{3}{1+3} = 9$ 이고

b 의 절댓값은 $12 \times \frac{1}{1+3} = 3$ 이다.

$a > 0$, $b < 0$ 이므로 $a = +9$, $b = -3$ 이다.

$\therefore a + b = 9 + (-3) = 6$

17. 네 유리수 $-\frac{5}{2}$, 3, -2 , $\frac{7}{3}$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 결과가 가장 큰 수는?

- ① -14 ② $-\frac{35}{2}$ ③ $\frac{35}{3}$ ④ 15 ⑤ 21

해설

$$3 \times (-2) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 15$$

18. 4개의 유리수 $-4, +\frac{1}{3}, -\frac{3}{2}, -2$ 중 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수를 A , 가장 작은 수를 B 라 할 때, $3A + B$ 를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$A = (-4) \times (-2) \times \left(+\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}$$

$$B = (-4) \times (-2) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -12$$

$$\therefore A = \frac{8}{3}, B = -12$$

$$3A + B = 3 \times \frac{8}{3} - 12 = -4$$

19. $a \times b < 0$ 이고, a 의 절댓값은 $\frac{2}{3}$, b 의 절댓값은 $\frac{16}{15}$ 일 때, $a \div b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{8}$

해설

$a \times b < 0$ 이므로 a, b 의 부호는 서로 반대이다.

따라서 $a = -\frac{2}{3}$ 일 때 $b = \frac{16}{15}$ 이면

$$a \div b = \left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{16}{15} = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{15}{16} = -\frac{5}{8} \text{ 이다.}$$

그리고 $a = \frac{2}{3}$ 일 때 $b = -\frac{16}{15}$ 이면

$$a \div b = \frac{2}{3} \div \left(-\frac{16}{15}\right) = \frac{2}{3} \times \left(-\frac{15}{16}\right) = -\frac{5}{8} \text{ 이다.}$$

20. a, b 가 정수이고, $a < 0$, $a \div b = 4$, $a \times b = 36$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -15

해설

a 가 음수이고 $a \div b$ 가 양수이므로 b 는 음수임을 알 수 있다.
둘을 곱하면 36, 나누면 4 가 나오는 수는 -3 , -12 이다.
 $\therefore a + b = -15$