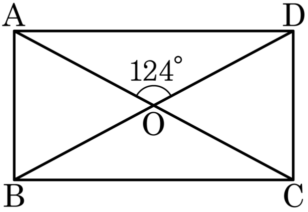
1. 다음 그림에서 □ABCD 가 직사각형일 때, ∠ODC 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

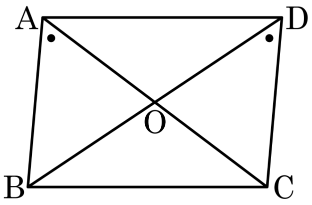
▷ 정답 : 62 °

해설

$\angle\mathrm{ODA} = (180° - 124°) \div 2 = 28°$

$\angle\mathrm{ODC} = 90° - 28° = 62°$

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = \angle BDC$ 일 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?



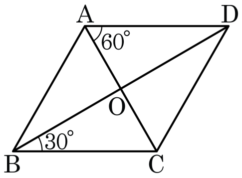
① 사다리꼴 ② 마름모 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 등변사다리꼴

해설

$\angle BAC = \angle DCA$ (엇각) 이고 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로 대각선의 길이가 같다.
따라서 직사각형이다.

3. 평행사변형ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle DBC = 30°$, $\angle CAD = 60°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

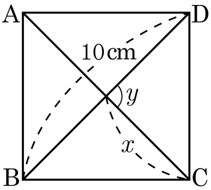
해설

$\angle DAC = \angle ACB$(엇각)

$\therefore \angle BOC = 90°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

□ABCD는 마름모이다.

4. 다음 그림의 정사각형 ABCD에서 x, y를 차례로 나열한 것은?



① 5cm, 45°　　② 10cm, 45°　　③ 5cm, 90°

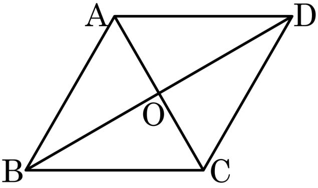
④ 10cm, 90°　　⑤ 15cm, 90°

해설

$\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{AC}} = 10(\mathrm{cm})$, $x = \dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{2} = 5(\mathrm{cm})$

$\angle y = 180° - 45° - 45° = 90°$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 고르면?



① $\angle B = 90°$　　② $\overline{AB} = \overline{BC}$

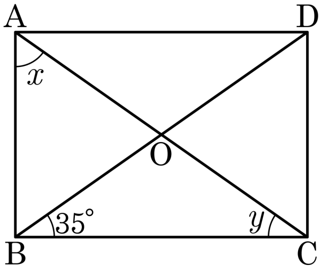
③ $\overline{AC} = \overline{BD}$　　④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\angle A = 90°, \overline{AB} = \overline{BC}$

해설

정사각형은 네 변의 길이가 같고, 네 각이 $90°$ 로 모두 같아야한다.

6. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle \mathrm{DBC} = 35°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



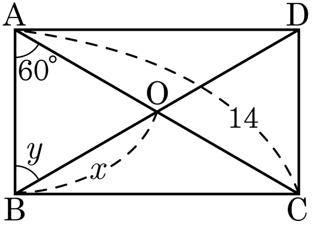
① 55° ② 65° ③ 90° ④ 100° ⑤ 120°

해설

$\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{BC}}$ 므로 $\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{CAD} = \angle y$

$\therefore \angle x + \angle y = 90°$

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $x+y$ 의 값을 구하여라. (단, 단위생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로를 이등분하므로 $x = 14 \div 2 = 7$ 이고, $\triangle OAB$ 는 이등변 삼각형이므로 $y = 60$ 이다. 따라서 $x + y = 7 + 60 = 67$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 나타낸 것이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되기 위해서는 $\overline{AC} = \square$ 이거나 $\angle A = \square°$ 이면 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

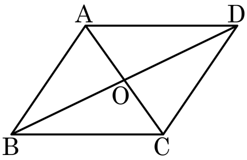
▷ 정답 : $\overline{BD}$

▷ 정답 : 90

해설

한 내각이 직각이거나 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이거나 $\angle A = 90°$ 이다.

9. 다음 그림 □ABCD 는 평행사변형이라고 할 때, 직사각형이 되기 위한 조건을 나타낸 것은?



① $\overline{AB} = 8\text{cm},\ \overline{CD} = 8\text{cm}$

② $\angle A = \angle C = 80°$

③ $\overline{BO} = \overline{DO} = 4\text{cm}$

④ $\overline{AO} = 5\text{cm},\ \overline{BO} = 5\text{cm},\ \overline{CO} = 5\text{cm},\ \overline{DO} = 5\text{cm}$

⑤ $\angle A + \angle B = 180°$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 된다.
따라서 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 이거나 $\angle A = 90°$ 이면 된다.

10. 마름모의 성질이 아닌 것은?

① 두 대각선의 길이가 같다.

② 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

③ 대각선에 의해 대각이 이등분된다.

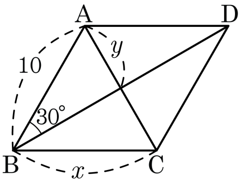
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

⑤ 대각의 크기가 같다.

해설

두 대각선의 길이는 같지 않다.

11. □ABCD 가 마름모일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

마름모의 대각선은 내각을 이등분하므로

$\angle ABC = 60°$

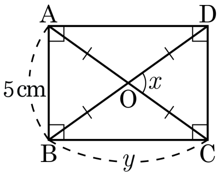
따라서 $\angle BAC = \angle BCA = 60°$

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로, $x = 10$

$\overline{AC} = 10$ 이므로 $y = 5$ 이다.

따라서 $x + y = 10 + 5 = 15$ 이다.

12. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 x, y 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▶ 답 : $\underline{\quad}$ cm

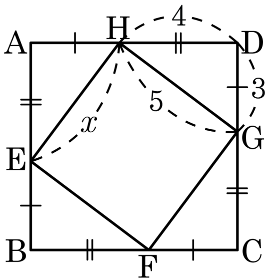
▷ 정답 : $\angle x = 90$ °

▷ 정답 : $y = 5$ cm

해설

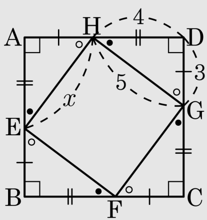
직사각형이 정사각형이 될 조건은
두 대각선이 이루는 각이 $90°$이므로 $\angle x = 90°$
이웃한 두변의 길이가 같으므로 $y = 5(\text{cm})$

13. □ABCD 가 정사각형일 때, x 의 길이를 구하여라.



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설



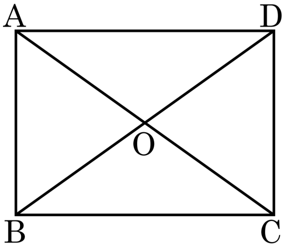
$\triangle HAE \equiv \triangle EBF \equiv \triangle FCG \equiv \triangle GDH$ (SAS 합동)

$\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{GF} = \overline{HG}$ 이고 $\angle HEF = 90°$ 이므로

□EFGH 는 정사각형이다.

$\therefore\ x = 5$

14. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)

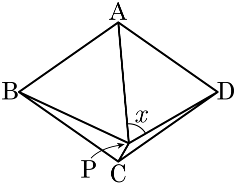


① $\overline{AB} = \overline{BC}$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\angle AOD = \angle BOC$
④ $\angle AOB = \angle AOD$
⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$

해설

① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 네 변의 길이가 모두 같고, 네 각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.
④ $\angle AOB = \angle AOD$ 일 때, $\triangle AOB$와 $\triangle AOD$에서 $\overline{AO}$는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\angle AOB = \angle AOD = 90°$ 이므로 $\triangle AOB \equiv \triangle AOD$ (SAS 합동)
대응변의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$
평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
따라서 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.

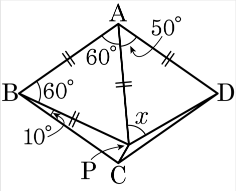
15. □ABCD 는 마름모이고 △ABP 는 정삼각형 이다. $\angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle APD = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



① 65　② 60　③ 55

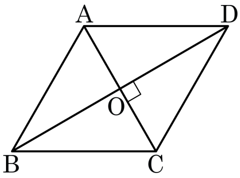
④ 50　⑤ 45

해설



△PAD 는 이등변삼각형이므로 $\angle APD = 65°$ 이다.

16. 평행사변형의 두 대각선이 직교하면 마름모가 됨을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



$\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 라고 가정하자.
□ABCD 가 평행사변형이므로
㉠ $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$, ㉡ $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ $\cdots$ ⓐ
△AOB 와 △AOD 에서
㉢ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$, $\overline{OA}$ 는 공통
$\angle AOB = \angle AOD$
이므로 $\triangle AOB \equiv \triangle AOD$ (㉣ <u>RHA</u> 합동)
㉤$\therefore$ $\underline{\overline{AB} = \overline{AD}}$ $\cdots$ ⓑ
ⓐ,ⓑ에 의하여 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
따라서 □ABCD 는 마름모이다.

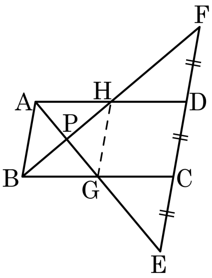
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ <u>RHA</u> 합동 $\Rightarrow$ SAS 합동

17. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD}$ 이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 일 때, □ABGH 는 어떤 사각형인가? 또, $2\angle FPE$ 의 크기는?

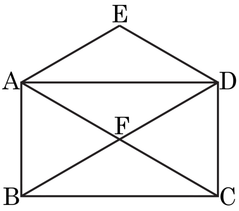


① 정사각형, $90°$
② 정사각형, $180°$
③ 직사각형, $180°$
④ 마름모, $90°$
⑤ 마름모, $180°$

해설

그림에서 $\overline{FD} : \overline{FC} = \overline{HD} : \overline{BD} = 1 : 2$
$(\because HD \,//\, BC)$
그런데 $\overline{BC} = \overline{AD} = 2\overline{AB}$ $\therefore \overline{HD} = \overline{AB} = \overline{AH}$
$\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{BG} = \overline{GH}$ 이므로 마름모이다.
□ABGH 는 마름모에 성격에 따라 두 대각선이 서로 수직이등분을 하므로 $\angle FPE$ 는 직각이다.
따라서 $\angle FPE = 180°$ 이다.

18. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 5x\text{cm}$, $\overline{AE} = (3x+2y)\text{cm}$, $\overline{CF} = (18-x)\text{cm}$ 일 때, $x+y$는?



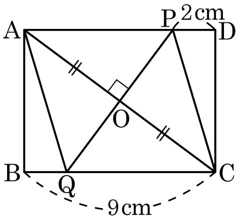
① 5cm ② 6cm ③ 7cm

④ 8cm ⑤ 9cm

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다. 또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $5x = 18 - x$, $x = 3\,\text{cm}$ 이다.
$5x = 3x + 2y$, $15 = 9 + 2y$, $y = 3\,\text{cm}$ 이다.
$\therefore x + y = 6(\text{cm})$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{PQ}$, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 일 때, □AQCP 의 둘레의 길이는?



① 26 cm ② 27 cm ③ 28 cm

④ 29 cm ⑤ 30 cm

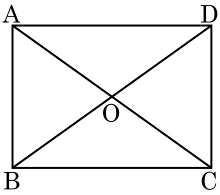
해설

$\overline{AQ} = \overline{AP} = \overline{PC} = \overline{QC}$

$\overline{AP} = 9 - 2 = 7$

따라서 28 cm 이다.

20. 다음 보기 중 그림과 같은 직사각형 ABCD가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉡ $\overline{AO} = \overline{DO}$

㉢ $\angle DAB = \angle DCB$

㉣ $\angle ABC = 90°$

㉤ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

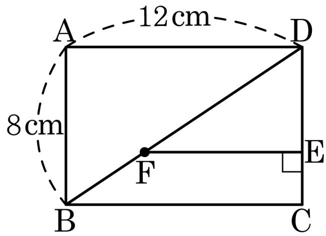
① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉤　⑤ ㉡, ㉣

해설

직사각형에서 네 변의 길이가 모두 같거나. 두 대각선이 수직이등분하면 정사각형이 된다.

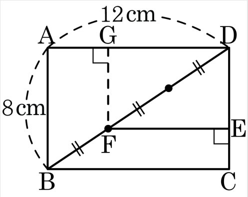
21. 오른쪽 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 12\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 이고 점 F 는 대각선 BD 를 삼등분하는 한 점이다. F 에서 $\overline{DC}$ 에 그은 수선의 발을 E 라 할 때, $\overline{FE}$ 의 길이는?



① 8cm ② 7cm ③ 6cm ④ 5cm ⑤ 4cm

해설

F 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 G 라 하자.

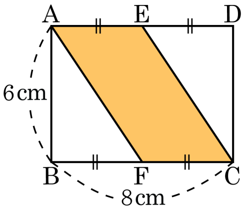


$\overline{AD} : \overline{GD} = 3 : 2$

$\therefore \overline{GD} = \frac{2}{3} \times \overline{AD} = 8(\text{cm})$

따라서 $\overline{FE} = \overline{GD} = 8(\text{cm})$

22. 직사각형 ABCD 에서 어두운 도형의 넓이는 ?



① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

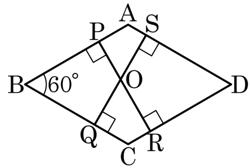
해설

$\overline{AE}=\overline{FC}$, $\overline{AE} // \overline{FC}$ 하므로

□AFCE 는 평행사변형이다.

$\overline{CF}=4$ 이므로 □AFCE $=4\times 6=24$

23. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

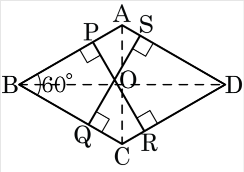


① $\overline{AC}$　　② $\overline{BD}$　　③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$　　⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$

$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$

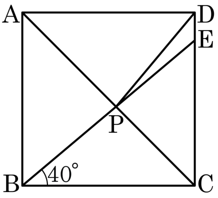
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) \quad \cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

24. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\angle EBC = 40°$ 일 때, $\angle DPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : $10\underline{°}$

해설

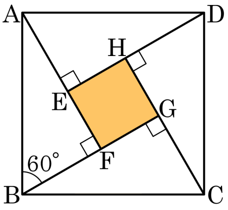
$\triangle BPC \equiv \triangle DPC$ 이므로

$\angle PDC = 40°$, $\angle BEC = 50°$ 이다.

$\angle DPE + \angle PDE = \angle BEC = 50°$ 이므로

$\angle DPE = 10°$ 이다.

25. 정사각형 ABCD 에서 $\angle ABF = 60°$ 이고, $\overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = \overline{AE}$ 가 되도록 E, F, G, H 를 잡았을 때, 사각형 EFGH는 어떤 사각형인지 말하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

사각형 EFGH 에서 $\angle AEH = 90°$ 이므로 $\angle HEF = 90°$ 이고, $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$ 이므로 정사각형이다.