

1. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 2$, $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, $abc = -1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ ab + bc + ca &= -1 \\ a^3 + b^3 + c^3 &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11\end{aligned}$$

2. 다음 중에서 겹넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$

② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겹넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$ $\therefore d = \sqrt{14}$
 $= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$
 $= 6^2 - 22 = 14$

3. x 에 관계없이 $\frac{x-a}{2x-b}$ 가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{x-a}{2x-b} = k \text{라 놓으면,}$$

$$(2k-1)x + (a-bk) = 0$$

$$\therefore 2k-1=0, a=bk \text{이므로}$$

$$k = \frac{1}{2}, a = \frac{1}{2}b \text{이다.}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 2$$

4. 등식 $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$(준식) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

5. $x^3 - x^2 + 2 = a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$ 가 x 에 대한항등식이 되도록 실수 $a+b+c+p$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

양변에 $x = p$ 를 대입하면

$$p^3 - p^2 + 2 = 0$$

$$(p+1)(p^2 - 2p + 2) = 0 \therefore p = -1$$

따라서 주어진 식은

$$x^3 - x^2 + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1)$$

양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $2 = a + b + c$

$$\therefore a + b + c + p = 1$$

해설

$$a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$$

$$= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$$

$$\therefore (x+1)(x^2 - 2x + 2)$$

$$= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$$

양변을 비교하면, $x+1 = x-p$,

$$x^2 - 2x + 2 = a(x-p)^2 + b(x-p) + c$$

$$\therefore p = -1$$

$$\text{또 } x^2 - 2x + 2 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$$

$$= ax^2 + (2a+b)x + a+b+c$$

$$\therefore a = 1, 2a+b = -2, a+b+c = 2$$

$$\therefore b = -4, c = 5$$

따라서 $a = 1, b = -4, c = 5, p = -1$

$$\therefore a + b + c + p = 1$$

6. 1985년부터 1995년까지 5년 간격으로 조사한 우리나라의 농가인구 비율 P 는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

연도	85	90	95
인구비율 (%)	20.9	15.5	10.8
인구(1000명)	8521	6661	4851

$$P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$$

이 때, $t = 0$ 은 1985년을 나타낸다. 이 식을 $t = 0$ 이 1990년을 나타내도록 변형하면?

- ① $P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$
 ② $P = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$
 ③ $P = 0.35(t - 1)^2 - 5.75(t - 1) + 20.9$
 ④ $P = 0.35(t + 2)^2 - 5.75(t + 2) + 20.9$
 ⑤ $P = 0.35(t - 2)^2 - 5.75(t - 2) + 20.9$

해설

$P_1(t) = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$ 일 때,
 $t = 0 \rightarrow 1985$ 년, $t = 1 \rightarrow 1990$ 년, $t = 2 \rightarrow 1995$ 년
 $P_2(t) = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$ 이면,
 $P_2(0) = P_1(1)$ 이므로 $P_2(t)$ 에서
 $t = 0 \rightarrow 1990$ 년임을 알 수 있다.

7. x 에 대한 항등식 $\frac{x^2-3x-1}{x-1} - \frac{x^2-x-3}{x+1} + \frac{2}{x} = \frac{Ax+B}{x(x-1)(x+1)}$ 에서 $A-B$ 의 값을 수치대입법을 이용하여 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

분모를 간단히 할 수 있는 숫자를 대입해 보자.

양변에 $x=2$, $x=-2$ 를 대입해서 정리하면

$x=2$ 일 때

$$\frac{4-6-1}{1} - \frac{4-2-3}{3} + \frac{2}{2} = \frac{2A+B}{2 \times 1 \times 3}$$

$$-3 + \frac{1}{3} + 1 = \frac{2A+B}{6}$$

$$\therefore 2A+B = -10 \cdots \text{㉠}$$

$x=-2$ 일 때

$$\frac{4+6-1}{-3} - \frac{4+2-3}{-1} + \frac{2}{-2} = \frac{-2A+B}{(-2)(-3)(-1)}$$

$$-3+3-1 = \frac{-2A+B}{-6}$$

$$\therefore -2A+B = 6 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A = -4$, $B = -2$

$$\therefore A-B = (-4) - (-2) = -2$$

8. 등식 $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1) = x^5-x^4+ax-b$ 가 항상 성립하도록 a, b 값을 정할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x=1$ 을 대입하면, $0 = a - b \cdots \text{㉠}$

양변에 $x=-1$ 을 대입하면, $0 = -2 - a - b \cdots \text{㉡}$

㉠, ㉡에서 $a = b = -1$

$\therefore a + b = -2$

9. $x^6 + 4x^4 + x^2 - 6$ 이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)(x^2+d)$ 로 인수분해 될 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① -5 ② -2 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

조립제법을 이용한다.

$$x^6 + 4x^4 + x^2 - 6 = (x+1)(x-1)(x^4 + 5x^2 + 6)$$

$$= (x+1)(x-1)(x^2+2)(x^2+3)$$

$$\therefore a+b+c+d=5$$

10. 다음 중 $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24$ 를 인수분해 하였을 때, 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x + 3$ ④ $x + 4$ ⑤ $x - 4$

해설

$f(x) = x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24$ 라 하면
 $f(1) = f(2) = 0$ 이므로
 $f(x)$ 는 $x - 1, x - 2$ 를 인수로 갖는다.
조립제법을 해 보면 즉,
 $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24$
 $= (x - 1)(x - 2)(x^2 - x - 12)$
 $= (x - 1)(x - 2)(x - 4)(x + 3)$

11. $[a, b, c] = a(b^2 - c^2)$ 일 때, $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b]$ 의 인수인 것은?

- ① $a - b$ ② $b + c$ ③ $c + a$
④ $a + b + c$ ⑤ abc

해설

$$\begin{aligned} & [a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] \\ &= a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) \\ &= ab^2 - ac^2 + bc^2 - ba^2 + ca^2 - cb^2 \\ &= a^2(c - b) - a(c^2 - b^2) + bc(c - b) \\ &= (c - b)(a^2 - a(c + b) + bc) \\ &= (c - b)(a - b)(a - c) \end{aligned}$$

12. 임의의 실수 a, b 에 대하여 연산 Δ 를 $a\Delta b = a^2 - ab + b^2$ 라 할 때, $(x^2\Delta x) + (2x\Delta x) - (x\Delta 1) - 3$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)(x+1)(x^2-x+4)$ ② $(x-2)(x+1)(x^2-x+4)$
③ $(x-1)(x+2)(x^2-x+2)$ ④ $(x-1)(x+1)(x+2)^2$
⑤ $(x-2)(x+1)(x+2)^2$

해설

$$\begin{aligned}x^2\Delta x &= x^4 - x^3 + x^2 \\2x\Delta x &= 4x^2 - 2x^2 + x^2 = 3x^2 \\x\Delta 1 &= x^2 - x + 1 \text{ 이므로} \\ \text{준식} &= x^4 - x^3 + x^2 + 3x^2 - x^2 + x - 1 - 3 \\ &= x^4 - x^3 + 3x^2 + x - 4 \\ &= (x-1)(x+1)(x^2-x+4)\end{aligned}$$

13. 세 실수 x, y, z 에 대하여 $[x, y, z] = xy^2 - y^2z$ 라 하자. $x - y = 2$, $xy - yz - zx = 1$ 이라 할 때, $[y, x, z] + [z, y, x]$ 의 값은?

- ① 0 ② -2 ③ 2 ④ -4 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} [y, x, z] &= yx^2 - x^2z, [z, y, x] = zy^2 - y^2x \\ [y, x, z] + [z, y, x] &= yx^2 - x^2z + zy^2 - y^2x \\ &= xy(x - y) - z(x^2 - y^2) \\ &= (x - y)(xy - yz - zx) \\ &= 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

14. $a + b + c = 0$ 일 때, 다음 중 $2a^2 + bc$ 와 같은 것은?

① $(a - c)^2$

② $(b + c)^2$

③ $(a + b)(b + c)$

④ $(a - b)(a - c)$

⑤ $(a - b)(a + c)$

해설

$$\begin{aligned} 2a^2 + bc &= 2a^2 - b(a + b) \quad (\because c = -a - b) \\ &= 2a^2 - ab - b^2 \\ &= (a - b)(2a + b) \\ &= (a - b)(a + b + a) \\ &= (a - b)(a - c) \quad (\because a + b = -c) \end{aligned}$$