1. $\frac{2x+y}{3}-\frac{x+3y}{2}=ax+by$ 일 때, 상수 a , b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① $-\frac{5}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$\frac{2x+y}{3}-\frac{x+3y}{2}=\frac{2(2x+y)-3(x+3y)}{6}$$
$$=\frac{4x+2y-3x-9y}{6}$$
$$=\frac{x-7y}{6}$$
$$=\frac{1}{6}x-\frac{7}{6}y$$

$\therefore a=\frac{1}{6}, b=-\frac{7}{6}$

$\therefore a+b=\frac{1}{6}+\left(-\frac{7}{6}\right)=-1$

2. 다음 식을 전개하였을 때, 그 결과가 이차식인 것을 모두 고르면?

① $\left(-\frac{2}{x}+3\right)+\left(5+\frac{2}{x}\right)$

② $(4+3x+2x^2)-(-4+3x-2x^2)$

③ $(3-3x-6x^2)-3(2x^2+2x-3)$

④ $\left(-\frac{2}{3}x^2+3x-4\right)-\left(-5-6x-\frac{2}{3}x^2\right)$

⑤ $-2x^2(1-x)$

해설

① 8
② $8+4x^2$ (이차식)
③ $12-9x-12x^2$ (이차식)
④ $9x+1$ (일차식)
⑤ $-2x^2+2x^3$ (삼차식)

3. $3x(x-y)+\dfrac{4x^3y-8x^2y^2}{-2xy}$ 를 간단히 했을 때, x^2 항의 계수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

(준식) $= 3x^2-3xy-2x^2+4xy = x^2+xy$
따라서 x^2 항의 계수는 1 이다.

4. $x=\frac{4}{9}$ 일 때, $1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{a}{b}$ 에서 $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 14

해설

$x=\frac{4}{9}$ 이고

$1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}=1-\dfrac{x}{x-1}=\dfrac{-1}{x-1}=\dfrac{a}{b}$ 이다.

$\therefore \dfrac{-1}{x-1}=\dfrac{-1}{-\frac{5}{9}}=\dfrac{9}{5}$

$\therefore a+b=5+9=14$ 이다.

5. $2ax+y+7=\frac{3}{2}(4y-6x)$ 가 미지수가 2 개인 일차방정식이 되기 위한 a 의 값으로 적당하지 <u>않은</u> 것은?

① -6 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ 6

해설

$(2a+9)x-5y+7=0$ 이 미지수가 2개인 일차방정식이 되기 위해서 $2a+9\neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore a\neq -\frac{9}{2}$

6. x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $3x+y=20$의 해 중에서 $x<y$인 것의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

자연수 x, y 에 대하여, $3x+y=20$ 의 해를 구하면
$(1,17),(2,14),(3,11),(4,8),(5,5),(6,2)$ 이고,
이 중 $x<y$ 인 것은 $(1,17),(2,14),(3,11),(4,8)$ 이다.
따라서 4개

7. 닭 x 마리와 거북이 y 마리를 합한 12 마리의 다리수는 모두 38 개이다. 이것을 x, y 에 관한 연립방정식으로 맞게 나타낸 것은?

① $x+y=12$, $2x+2y=38$ ② $x+y=12$, $2x+4y=38$

③ $x+y=12$, $4x+2y=38$ ④ $x+y=38$, $4x+y=12$

⑤ $x+y=38$, $x+y=12$

해설

닭 x 마리와 거북이 y 마리를 합한 12 마리

$\therefore x+y=12$

닭의 다리는 2 개씩 x 마리이므로 $2x$ 개이고, 거북이 다리는 4 개씩 y 마리이므로 $4y$ 개이므로

$\therefore 2x+4y=38$

8. 다음 연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$ 의 해를 $x=a$, $y=b$ 라 할 때, a^2+4b^5 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

x의 계수를 6으로 같게 식을 만들면

$\begin{cases} 6x-9y=3 \\ 6x+4y=16 \end{cases}$ 이므로

$$\begin{array}{r} 6x-9y=3 \\ -)\ 6x+4y=16 \\ \hline -13y=-13 \end{array}$$

$x=2$, $y=1$ 가 나온다. $a=2$, $b=1$ 이므로 $a^2+4b^5=2^2+4=8$ 이다.

9. 연립방정식 $\begin{cases} 3(2x+1)-2(y+6)=0 \\ 4(x-1)+3(2y-3)-4=0 \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $2y=-x+k$를 만족할 때, 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases} 6x-2y=9 & \cdots ㉠ \\ 4x+6y=17 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3+$㉡을 하면 $22x=44 \quad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $12-2y=9 \quad \therefore y=\frac{3}{2}$

$x=2, y=\frac{3}{2}$을 $2y=-x+k$에 대입하면

$2\times\frac{3}{2}=-2+k \quad \therefore k=5$

10. 다음 수직선은 어느 부등식의 해를 나타낸 것이다. 다음 중 이 부등식이 될 수 없는 것은?

① $2(x+1) \geq 8$ ② $x-3 \geq 0$ ③ $2-3x \geq -7$

④ $x \geq 3$ ⑤ $-\frac{1}{2}x+4 \leq 2.5$

해설

① $x \geq 3$, ② $x \geq 3$, ③ $3 \geq x$, ④ $x \geq 3$, ⑤ $x \geq 3$

11. 0 이 아닌 세 실수 a, b, c 에 대해서 $a > b$, $ab < 0$, $bc < 0$ 의 관계일 때, $4(-a+3b-c)x \geq 13(3b+c) - 13(a+2c)$ 을 만족하는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 2

▷ 정답: 3

해설

$ab < 0$ 이므로 a 와 b 의 부호는 서로 다르다. $bc < 0$ 이므로 b 와 c 의 부호는 서로 다르다. $a > b$ 이므로 a 가 양수이고 b 가 음수가 된다. b 와 c 의 부호가 서로 다르므로 c 의 부호는 양수이다.
즉, $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$ 이다.
따라서 $a - 3b + c > 0$ 임을 알 수 있다.
$4(-a+3b-c)x \geq 13(3b+c) - 13(a+2c)$
$-4(a-3b+c)x \geq 13(-a+3b-c)$
$-4(a-3b+c)x \geq -13(a-3b+c)$
$-4x \geq -13$
$x \leq \frac{13}{4} = 3.25$
3.25 보다 작은 자연수이므로 1, 2, 3 이 된다.

12. 부등식 $\frac{x-2}{3} - \frac{x-a}{4} \le 1$ 의 해 중 가장 큰 수가 -1 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

부등식 $\frac{x-2}{3} - \frac{x-a}{4} \le 1$ 을 정리하면

$4(x-2) - 3(x-a) \le 12$ 에서 $4x - 8 - 3x + 3a \le 12$

$\therefore\ x \le 20 - 3a$

해 중 가장 큰 수가 -1 이므로

x 의 최댓값이 -1 이 된다.

$20 - 3a = -1$

$\therefore\ a = 7$

13. 다음 두 식을 만족하는 단항식 A , B 에 대하여 A^2 은?

$$A \times B = 36a^3b^4 \ , \ \frac{A}{B} = 4a$$

① $144ab$ ② $144a^2b^2$ ③ $144a^3b^3$

④ $144a^4b^4$ ⑤ $144a^5b^5$

해설

$$A^2 = (A \times B) \times \frac{A}{B} = 36a^3b^4 \times 4a$$
$$= 36 \times 4 \times a^3 \times a \times b^4 = 144a^4b^4$$

14. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $6x$ ② $10x$ ③ $21x$ ④ $25x$ ⑤ $31x$

해설

$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$

15. $A=(24a^4b^5-12a^5b^4)\div(-2a^2b)^2$, $B=(8a^3b^4-4a^2b^2)\div(-ab)^2$ 일 때, $A-(B+3C)=ab^2+1$을 만족하는 식 C를 구하면?

① $C=b^3-2ab^2-1$　② $C=b^3-4ab^2-2$

③ $C=2b^3-ab^2-1$　④ $C=2b^3-4ab^2+1$

⑤ $C=b^3-ab^2-4$

해설

주어진 식 A, B를 정리하면

$A=6b^3-3ab^2$, $B=8ab^2-4$

$A-(B+3C)=ab^2+1$에서

$A-B-3C=ab^2+1$이고,

$3C=A-B-ab^2-1$

$3C=6b^3-3ab^2-8ab^2+4-ab^2-1$

$=6b^3-12ab^2+3$

양변을 3으로 나누면

$C=2b^3-4ab^2+1$

16. $b+\frac{6}{c}=c-\frac{1}{a}-1=2$일 때, $abc-3$의 값은?

① 1 ② 0 ③ −1 ④ 2 ⑤ −2

해설

$b+\frac{6}{c}=c-\frac{1}{a}-1=2$에서

$b+\frac{6}{c}=2$를 b에 관한 식으로 풀면

$b=2-\frac{6}{c}=\frac{2(c-3)}{c}$

$c-\frac{1}{a}-1=2$를 a에 관한 식으로 풀면

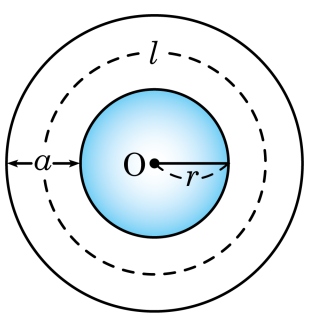
$-\frac{1}{a}=3-c$

$\frac{1}{a}=c-3$

$a=\frac{1}{c-3}$

$\therefore\ abc-3=\frac{1}{(c-3)}\times\frac{2(c-3)}{c}\times c-3=2-3=-1$

17. 반지름의 길이가 r 인 원모양의 연못 둘레에 아래 그림과 같이 너비가 a 인 길이 있다. 이 길의 한 가운데를 지나는 원의 둘레의 길이를 l 이라 할 때, 이 길의 넓이 S 를 a, l 의 식으로 나타내면?



① $S = a + l$ ② $S = a - l$ ③ $S = -a + l$

④ $S = al$ ⑤ $S = \frac{al}{2}$

해설

$l = (a + 2r)\pi$

$S = (a + r)^2\pi - \pi r^2$

$= (a^2 + 2ar + r^2)\pi - \pi r^2$

$= (a^2 + 2ar)\pi$

$\therefore S = a(a + 2r)\pi = al$

18. x, y 에 관한 두 일차방정식 $y = ax + 5$ 와 $bx + y = -c$ 의 해가 $(-1,\ 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a^2 - b + c$ 의 값은?

① 4 ② 7 ③ 9 ④ 12 ⑤ 13

해설

$(-1,\ 2)$ 를 $y = ax + 5$ 에 대입하면 $2 = -a + 5$, 따라서 $a = 3$ 이고,
$(-1,\ 2)$ 를 $bx + y = -c$ 에 대입하면 $-b + 2 = -c$, 따라서 $b - c = 2$ 가 된다.
$\therefore\ a^2 - b + c = a^2 - (b - c) = 9 - 2 = 7$

19. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=0 \\ 3x+y=15 \end{cases}$ 의 교점을 직선 $ax+y-b=0$이 지난다고 할 때, a 를 b 의 식으로 나타낸 것은?

① $a=\dfrac{-2-b}{3}$ ② $a=\dfrac{-6+b}{3}$ ③ $a=\dfrac{6-b}{3}$
④ $a=\dfrac{b+6}{3}$ ⑤ $a=\dfrac{1-6b}{3}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=0 \\ 3x+y=15 \end{cases}$ 을 변끼리 더하면 $5x=15$

따라서 $x=3,\ y=6$

$x=3,\ y=6$ 을 $ax+y-b=0$ 에 대입하면 $3a+6-b=0 \therefore\ a=\dfrac{-6+b}{3}$

20. 연립방정식 $\begin{cases} 5x-2y=3 \\ ax+y=-3 \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 값의 비가 $1 : 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x : y = 1 : 2$ 이므로 $y = 2x$ 를 $5x-2y=3$ 에 대입하면 $x=3$, $y=6$ 이 나오고, $ax+y=-3$ 에 대입하면 $a=-3$ 이 된다.

21. 연립방정식 $\frac{x+y+a}{3}=\frac{x-a}{2}=\frac{x-by-11}{5}$ 의 해가 $(7,\ -9)$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$10(x+y+a)=15(x-a)=6(x-by-11)$
$10(7-9+a)=15(7-a)=6(7+9b-11)$
$-20+10a=105-15a$
$25a=125$
$\therefore\ a=5$
$30=-24+54b$
$54=54b$
$\therefore\ b=1$
따라서 $ab=5$ 이다.

22. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=\dfrac{3}{2} \\ -x+4y=6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많기 위한 a, b 의 값을 구하면?

① $a=-\dfrac{1}{4},\ b=1$
② $a=-1,\ b=-\dfrac{1}{4}$
③ $a=2,\ b=\dfrac{1}{6}$
④ $a=2,\ b=-\dfrac{1}{6}$
⑤ $a=-2,\ b=-\dfrac{1}{6}$

해설

$\dfrac{a}{-1}=\dfrac{b}{4}=\dfrac{\frac{3}{2}}{6},\ \dfrac{a}{-1}=\dfrac{b}{4}=\dfrac{1}{4}$
$\therefore b=1$
$\dfrac{a}{-1}=\dfrac{1}{4}, a=-\dfrac{1}{4}$
$\therefore a=-\dfrac{1}{4},\ b=1$

23. 다음 연립방정식 중 해가 <u>없는</u> 것은?

① $\begin{cases} 6x+2y=10 \\ 3x+y=5 \end{cases}$

② $\begin{cases} x-3y=9 \\ 4x-12y=36 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x-3y=4 \\ 3x-9y=17 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 12x-6y=18 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ 4x-2(2y-x)+3=5 \end{cases}$

해설

해가 없는 것을 찾는다.

③ $\begin{cases} x-3y=4 \\ 3x-9y=17 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 3x-9y=12 \\ 3x-9y=17 \end{cases}$ 이므로 해가 없다.

24. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=\dfrac{3}{2} \\ -y+4x=6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많기 위한 a , b 의 값을 구하면?

① $a=1,\ b=-\dfrac{1}{4}$ ② $a=-1,\ b=-\dfrac{1}{4}$

③ $a=2,\ b=\dfrac{1}{6}$ ④ $a=2,\ b=-\dfrac{1}{6}$

⑤ $a=-2,\ b=-\dfrac{1}{6}$

해설

식을 정리하면

$\begin{cases} ax+by=\dfrac{3}{2} \\ 4x-y=6 \end{cases}$ 에서

$\dfrac{a}{4}=\dfrac{b}{-1}=\dfrac{\frac{3}{2}}{6}$ 이어야 하므로

$6a=\dfrac{3}{2}\times 4$ 에서 $a=1$, $6b=\dfrac{3}{2}\times(-1)$ 에서 $b=-\dfrac{1}{4}$ 이다.

25. 어느 학교의 작년의 학생 수는 1100 명이었다. 금년에는 작년보다 남학생이 4% 감소하고 여학생은 6% 증가하여 전체 학생 수는 작년보다 16 명 증가하였을 때, 금년의 남학생 수는?

① 480 명 ② 500 명 ③ 576 명
④ 600 명 ⑤ 636 명

해설

작년 남학생의 수를 x 명 , 작년 여학생의 수를 y 명 이라고 하면

$$\begin{cases} x+y=1100 \\ -0.04x+0.06y=16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=1100 \cdots ① \\ -4x+6y=1600 \cdots ② \end{cases}$$

① $\times 4$ + ② 를 하면

$10y=6000$, $y=600$

$x=500$

$\therefore$ 금년의 남학생 수 : $500-500\times 0.04=480$(명)

26. 둘레의 길이가 1.2km 되는 공원 주변에 산책로가 있다. 같은 지점에서 출발하여 종혁이와 혜진이 두 사람이 서로 반대 방향으로 가면 10 분 만에 처음 만나고, 같은 방향으로 가면 1 시간 만에 종혁이가 혜진이를 처음으로 따라 잡는다. 종혁이와 혜진이 두 사람의 속력을 각각 구하면?

① 종혁 :70m /분, 혜진 :65m /분

② 종혁 :70m /분, 혜진 :60m /분

③ 종혁 :60m /분, 혜진 :50m /분

④ 종혁 :70m /분, 혜진 :50m /분

⑤ 종혁 :60m /분, 혜진 :45m /분

해설

종혁이의 속력 : xm/ 분
혜진이의 속력 : ym/ 분
반대 방향으로 돌 경우 : $10x + 10y = 1200$
같은 방향으로 돌 경우 : $60x - 60y = 1200$
$\therefore x = 70$, $y = 50$

27. $a-b>0$, $a+b<0$, $a>0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a>b$ ② $|a|<|b|$ ③ $b<0$

④ $a^2>b^2$ ⑤ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

해설

$a+b<0$, $a>0$ 에서 $b<0$ 이고 $|a|<|b|$ 임을 알 수 있다.
따라서 틀린 것은 ④번이다.

28. 부등식 $(a+b)x+2a-3b<0$ 의 해가 $x<-\frac{3}{4}$ 일 때, 부등식 $(a-2b)x+2a+b<0$ 의 해는?

① $x>7$　② $x<7$　③ $x>-7$

④ $x<-7$　⑤ $x<3$

해설

$(a+b)x+2a-3b<0$의 해가 $x<-\frac{3}{4}$이므로 $a+b>0$

식을 정리하면 $x<-\frac{2a-3b}{a+b}$ 이므로

$-\frac{2a-3b}{a+b}=-\frac{3}{4}$

$8a-12b=3a+3b$

$5a=15b \quad \therefore a=3b$

$a+b=4b>0$이므로 $b>0$,

$a=3b$ 를 $(a-2b)x+2a+b<0$ 에 대입하면

$(3b-2b)x+6b+b<0$

$x<-\frac{7b}{b}$

$\therefore x<-7$

29. 다음 마방진의 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 같아지도록 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^8, 3^9 을 빈 칸에 채워 넣었을 때, $(B-D)\times(C-A)$ 의 값을 구하여라.

A	3^7	
B		3
	C	D

▶ 답:

▷ 정답: 236196

해설

2	7	6
9	5	1
4	3	8

A (3^2)	3^7	3^6
B (3^9)	3^5	3
3^4	C (3^3)	D (3^8)

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 지수끼리의 합과 같으므로 지수만으로 가로, 세로, 대각선의 합이 모두 같은 마방진을 먼저 만든다.
(왼쪽 마방진)
밑을 3으로 하고 지수를 왼쪽 마방진의 수를 그대로 사용하면 오른쪽과 같이 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 3^{15} 가 되는 표가 완성된다.
따라서 $A(3^2)$, $B(3^9)$, $C(3^3)$, $D(3^8)$ 이다.

$$\begin{aligned}
\therefore\ & (B-D)\times(C-A) \\
&= (3^9-3^8)\times(3^3-3^2) \\
&= (3\times3^8-3^8)\times(3\times3^2-3^2) \\
&= (2\times3^8)\times(2\times3^2) \\
&= 4\times3^{10} \\
&= 236196
\end{aligned}$$

30. $25^{2x+2} = 5^{x-3}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

$(5^2)^{2x+2} = 5^{4x+4}$ 이므로

$4x + 4 = x - 3,\ 3x = -7$

$\therefore x = -\frac{7}{3}$

31. 자연수 n 에 대하여 2^n, 3^n, 4^n, 5^n 각각의 일의 자리 숫자의 합을 $f(n)$ 이라 정의하고, $g(n) = 1 \times 2 \times \cdots \times n$ 이라 정의할 때, $f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(100))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1808

해설

2^n 의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복되고
3^n 의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복되고
4^n 의 일의 자리 숫자는 4, 6 이 반복되고
5^n 의 일의 자리 숫자는 5 이다.
$g(1), g(2), g(3), \cdots$ 는 각각 1, 2, 6, 24, 120, 720, $\cdots$ 에서 보듯이 $g(4)$ 부터는 모두 4 의 배수이다.
따라서
$f(g(1)) = 2 + 3 + 4 + 5 = 14$
$f(g(2)) = 4 + 9 + 6 + 5 = 24$
$f(g(3)) = 4 + 9 + 6 + 5 = 24$
$f(g(4)) = f(g(5)) = f(g(6)) = \cdots = f(g(100))$
$= 6 + 1 + 6 + 5 = 18$
$\therefore f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(100))$
$= 14 + 24 + 24 + 18 \times 97 = 1808$

32. 밑면의 반지름의 길이가 r 이고, 높이가 h 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 반지름은 10% 늘리고, 높이는 10% 줄이면 부피는 원래 부피보다 몇 % 변화하는지 구하여라.

▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\%}$

▷ 정답: 8.9 $\underline{\%}$

해설

(처음 원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

(변화된 원뿔의 부피)

$= \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{110}{100} \times r \right)^2 \times \left(\frac{90}{100} \times h \right)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{11^2}{10^2} \times \frac{9}{10} \times \pi r^2 h$

$= \frac{1089}{1000} \times \left(\frac{1}{3}\pi r^2 h \right)$

변화된 원뿔의 부피는 처음 원뿔의 부피의 $\frac{1089}{1000}$ 배이므로 변화된 부피는

$\left(\frac{1089}{1000} - 1 \right) \times 100 = 8.9(\%)$ 이다.

33. 0 이 아닌 정수 a, b 에 대하여 $|a| < 4$, $|b| < 4$, $|a| \neq |b|$ 이고 $a > b$, $ab \neq 0$ 이다. $x = a + b$ 이고 $x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$ 일 때, 자연수 n 에 대하여 $x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} = 0$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 3 개

해설

$x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} = 0$ 에서
$x^{n+1}(x^2 + x - 2) = 0$, $x^{n+1} \neq 0$
($\because$ $a \neq 0$, $b \neq 0$, $|a| \neq |b|$) 이므로
$x^2 + x - 2 = 0$
$x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$ 이므로
$x = a + b$ 를 대입하면
$(a + b - 1)(a + b + 2) = 0$
$\therefore$ $a + b = 1$ 또는 $a + b = -2$
이 때 $|a| < 4$, $|b| < 4$, $a > b$, $|a| \neq |b|$, $ab \neq 0$ 이므로
$(a, b) = (2, -1), (3, -2), (1, -3)$
따라서 3 개이다.

34. $2006 \times 2008 - 4012 - 2005 \times 2007$를 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$2006 = t$ 라 하면
(주어진 식) $= t(t+2) - 2t - (t-1)(t+1) = 1$

35. $a^2-a+1=0$ 일 때, $a^{2009}+\dfrac{1}{a^{2009}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$a^2-a+1=0$ 이므로 $a^2=a-1$,

양변에 a 를 곱하면 $a^3=a^2-a=-1$,

양변을 a 로 나누면 $a+\dfrac{1}{a}=1$, $a^2+\dfrac{1}{a^2}=1-2=-1$,

$a^{2009}=(a^3)^{669}\times a^2=-a^2$,

$\therefore\ a^{2009}+\dfrac{1}{a^{2009}}=-\left(a^2+\dfrac{1}{a^2}\right)=1$

36. 연립방정식 $\frac{1}{x}+\frac{x}{y^2}=10, \frac{y}{x^2}+\frac{1}{y}=\frac{10}{3}$ 의 해를 구하여라. (단, $xy \neq 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=1$

▷ 정답: $y=\frac{1}{3}$

해설

$\frac{1}{x}+\frac{x}{y^2}=10, \frac{y}{x^2}+\frac{1}{y}=\frac{10}{3}$ 에서

$x^2+y^2=10xy^2 \cdots ㉠$

$3(x^2+y^2)=10x^2y \cdots ㉡$

㉠ ÷ ㉡ 을 하면 $\frac{1}{3}=\frac{y}{x}$

$\therefore x=3y$

$x=3y$ 를 ㉠에 대입하면 $y=\frac{1}{3}$, $x=1$

$\therefore x=1, y=\frac{1}{3}$

37. 다음 연립방정식을 만족하는 x, y 에 대하여 $2(x-y)$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} \dfrac{3}{x+y}+\dfrac{2}{x-y}=6 \\ \dfrac{2}{x+y}-\dfrac{1}{x-y}=-\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x+y=a$, $x-y=b$ 라 하면 주어진 식은

$$\begin{cases} \dfrac{3}{a}+\dfrac{2}{b}=6 & \cdots ㉠ \\ \dfrac{6}{a}-\dfrac{3}{b}=-2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $\times 2 -$ ㉡ 하면

$a=\dfrac{3}{2}$, $b=\dfrac{1}{2}$

따라서, $x+y=\dfrac{3}{2}\cdots ㉢$, $x-y=\dfrac{1}{2}\cdots ㉣$

㉢ + ㉣하면

$x=1$, $y=\dfrac{1}{2}$ $\therefore$ $2(x-y)=1$

38. 두 땅 A, B 의 1m^2 당 가격의 비는 13 : 10 이다. 어떤 사람이 각각 1m^2 당 정가보다 10 만원 싼 가격으로 A 와 B 의 넓이비가 8 : 7 이 되도록 땅을 구입하였는데, A 와 B 를 구입하는 데 든 금액의 비는 8 : 9 였다고 한다. 이때 A, B 각각의 1m^2 당 정가를 구하여라.

▶ 답 : 원

▶ 답 : 원

▷ 정답 : $\text{A} = \frac{260}{47}$ 원

▷ 정답 : $\text{B} = \frac{200}{47}$ 원

해설

A 와 B 의 정가를 각각 x 원, y 원, 구입한 A 와 B 의 넓이를 각각 $8a\,\text{m}^2$, $7a\,\text{m}^2$ 라 하면

$x : y = 13 : 10$ 에서

$10x - 13y = 0$ ···㉠

$8a(x - 10) : 7a(y - 10) = 8 : 9$ 에서

$9x - 7y = 20$ ···㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면

$\therefore\ x = \frac{260}{47},\ y = \frac{200}{47}$

39. 어느 상점에서 어떤 상품을 사서 구입 가격의 30% 의 이익을 붙여 정가로 판매하였더니, 기대했던 것보다 잘 팔리지 않아서 상품이 60 개 남았을 때부터 정가의 20% 를 할인하여 팔다가 10 권이 남고, 이익이 1950 원이었다. 이 상점에서 한 번 더 같은 상품을 같은 가격, 수량으로 들여왔을 때, 이번에는 20% 의 이익을 붙인 후, 정가로 판매하여 10 권이 남았을 때의 이익이 2100 원이었다. 상점에서 이 상품을 구입하는 데 든 금액의 총합을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 19500 원

해설

상품 한 개의 가격을 x 원, 구입한 개수를 y 개라 하면
$1.3x \times (y-60) + 1.3x \times 0.8 \times 50 - xy = 1950 \cdots$ ㉠
$1.2x \times (y-10) - xy = 2100 \cdots$ ㉡
㉠ 에서 $0.3xy - 26x = 1950 \cdots$ ㉢
㉡ 에서 $0.2xy - 12x = 2100 \cdots$ ㉣
㉢, ㉣ 을 연립하여 풀면 $x = 150$
㉣ 에 대입하면 $y = 130$
따라서 상점에서 상품을 구입하는 데 든 금액의 총합은 $150 \times 130 = 19500$ (원)

40. 자전거와 오토바이가 A 지점에서 동시에 출발하여 A , B 두 장소를 왕복한다. B 에 먼저 도착한 오토바이는 출발한지 20 분 만에 A 로 돌아오는 길에서 자전거와 마주치고, 10 분 후에 이번에는 같은 방향을 향하고 있는 자전거를 다시 한 번 만나게 된다. 자전거와 오토바이가 두 장소 A , B 를 한 번 왕복하는 데 걸리는 시간을 각각 구하여라.

▶ 답: 분

▶ 답: 분

▷ 정답: 120분

▷ 정답: 24분

해설

자전거의 속력을 xm/ 분 , 오토바이의 속력을 ym/s, A, B 사이의 거리를 zm 라 하면

(1) 처음 만날 때

자전거와 오토바이가 20 분 동안 움직인 거리의 합이 A, B 사이의 거리의 2 배이므로

$20x + 20y = 2z, 10x + 10y = z \cdots$ ㉠

(2) 두 번째 만날 때

오토바이가 10 분 동안 움직인 거리는 자전거가 20 분 동안 움직인 거리의 2 배와 10 분 동안 움직인 거리의 합이므로

$10y = 20x + 20x + 10x$

$y = 5x$ 을 ㉠에 대입하면 $10x + 50x = z$

$\therefore z = 60x$

$z = 60x$ 를 다시 ㉠에 대입하면 $10x + 10y = 60x$

$\therefore y = 5x$

따라서 자전거가 A, B 를 한 번 왕복하는 데 걸리는 시간은

$\frac{2z}{x} = \frac{120x}{x} = 120$(분)

오토바이가 A, B 를 한 번 왕복하는 데 걸리는 시간은 $\frac{2z}{y} = \frac{120x}{5x} = 24$(분)