

1. $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$ 을 간단히 하면?

- ① $72a^7x^8$ ② $-72a^7x^8$ ③ $72a^{12}x^{12}$
④ $-72a^{12}x^{12}$ ⑤ $48a^8x^7$

해설

$$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$$

2. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$

② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$

③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$

④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$

⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

3. $(a - b - c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

③ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

④ $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

해설

$$\begin{aligned}(a - b - c)^2 \\&= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-c) + 2(-c)a \\&= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca\end{aligned}$$

4. 다항식 $x^3 + 5x^2 - kx - k$ 가 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서 $x = 1$ 을 대입하면

$$1^3 + 5 \times 1^2 - k \times 1 - k = 0$$

$$\therefore k = 3$$

5. 실수 x, y 에 대하여 $x + y + (xy - 1)i = 2 + i$ 일 때 $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 4

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

$$x + y = 2, \quad xy - 1 = 1 \quad \therefore xy = 2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 0$$

6. 등식 $2x + (y + 1)i = 6 - i$ 를 만족하는 실수 x, y 의 값은?

- ① $x = 3, y = -2$ ② $x = 3, y = 0$ ③ $x = 4, y = -2$
④ $x = 4, y = 0$ ⑤ $x = -1, y = 4$

해설

$$(2x - 6) + (y + 2)i = 0$$

x, y 는 실수이므로, $2x - 6 = 0, y + 2 = 0$

$$\Rightarrow x = 3, y = -2$$

7. $(3 + 2i) - (3 - 2i)$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4i$

해설

실수부는 실수부끼리, 허수부는 허수부끼리 계산해야 한다.
즉, 실수부는 0이 되고, 허수부는 $4i$ 가 되므로 답은 $4i$ 이다.

8. $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

- ① $8\sqrt{3}i$ ② $4\sqrt{3}i$ ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

9. $x = 2 - \sqrt{3}i$, $y = 2 + \sqrt{3}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (2 - \sqrt{3}i)^2 + (2 + \sqrt{3}i)^2 \\&= 4 - 4\sqrt{3}i - 3 + 4 + 4\sqrt{3}i - 3 \\&= 2\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 4^2 - 2 \cdot 7 \\&= 16 - 14 \\&= 2\end{aligned}$$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4x + 6 = 0$ 의 근을 구하면 $x = a \pm \sqrt{b}i$ 이다.
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

근의 공식을 이용하면 $x = 2 \pm \sqrt{4 - 6} = 2 \pm \sqrt{2}i$

$$\therefore a = b = 2, \quad a + b = 4$$

11. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

- ① (2,3)

② (-2,3)

③

(3,2)
- ④ (3,-2)

⑤ (-3,-2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣×3을 하면 $-4y = -8$
∴ $y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$
∴ $x = 3, y = 2$

12. $2 \leq x \leq 3$ 일 때, $\frac{2x}{1-x}$ 의 범위는?

① $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$

② $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -2$

③ $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -1$

④ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 2$

⑤ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 3$

해설

$$\frac{2x}{1-x} = \frac{-2(-x+1)+2}{-x+1} = -2 + \frac{2}{-x+1}$$

$2 \leq x \leq 3$ 에서 -1 을 곱하면 $-2 \geq -x \geq -3$

1 을 더하면 $-1 \geq -x+1 \geq -2$

역수를 취하면 $\frac{1}{-1} \leq \frac{1}{-x+1} \leq \frac{1}{-2}$

2 를 곱하면 $-2 \leq \frac{2}{-x+1} \leq -1$

-2 를 더하면 $-4 \leq -2 + \frac{2}{-x+1} \leq -3$ 에서 $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$

13. $-1 \leq x \leq 2$, $-5 \leq y \leq -2$ 일 때, $3x - 2y$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① -16 ② -8 ③ 8 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$-1 \leq x \leq 2 \text{ 이므로 } -3 \leq 3x \leq 6 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-5 \leq y \leq -2 \text{ 이므로 } 4 \leq -2y \leq 10 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면 $1 \leq 3x - 2y \leq 16$ 따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 16

14. 수직선 위의 두 점 P(2), Q(x)에 대하여 P, Q 두 점 사이의 거리가 4일 때, x의 값은 2개이다. 이 중에서 2보다 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x > 2 \text{ 일 때, } x - 2 = 4$$

$$\therefore x = 6$$

15. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(a)를 잇는 선분 AB에 대하여 $\overline{AB} = 5$ 를 만족시키는 a 의 값들의 합은?

① -6 ② -5 ③ 3 ④ 5 ⑤ 6

해설

수직선 위의 두 점 A(-3), B(a)에 대하여

$\overline{AB} = |a - (-3)|$ 이므로

$$|a + 3| = 5$$

$$a + 3 = 5 \text{ 또는 } a + 3 = -5$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -8$$

따라서 a 의 값들의 합은 -6 이다.

16. 두 점 A $(-2, 2)$, B $(5, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(1, 0)$

② $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

③ $(2, 0)$

④ $(3, 0)$

⑤ $(4, 0)$

해설

x 축 위의 점을 P $(x, 0)$ 이라 하면, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $(x + 2)^2 + 2^2 = (x - 5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$
 $\therefore$ P $(3, 0)$

17. 두 점 A(2, 0), B(-2, 4) 에 대하여 $\overline{AB}$ 의 중점의 좌표를 구하면?

- ① (2, 2) ② (0, 2) ③ (4, 4) ④ (0, 0) ⑤ (4, 1)

해설

$$\overline{AB} \text{ 의 중점은 } \left(\frac{2+(-2)}{2}, \frac{0+4}{2} \right) = (0, 2)$$

18. 두 점 A (1, -5), B (6, 5)를 잇는 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점 P (x, y)의 좌표는?

- ① (3, -1)
- ② (3, 2)
- ③ (1, 3)
- ④ (2, 2)
- ⑤ (2, 1)

해설

공식에 의하여

$$\left(\frac{2 \times 6 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 5 + 3 \times (-5)}{2 + 3}\right)$$

$$= (3, -1)$$

19. 두 점 $(1, -2)$, $(3, 6)$ 을 지나는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 4

③ 7

④ 10

⑤ 13

해설

두 점 $(1, -2)$, $(3, 6)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y + 2 = \frac{6 + 2}{3 - 1}(x - 1)$$

$$y + 2 = 4(x - 1)$$

$$\therefore y = 4x - 6$$

$$\text{즉, } a = 4, b = -6$$

$$\therefore a - b = 4 - (-6) = 10$$

20. 다음 두 직선 $y = (2a + 1)x - a + 2$, $y = (a + 2)x + 2$ 가 평행할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

기울기가 같아야 하므로 $2a + 1 = a + 2$
y 절편이 달라야 하므로 $-a + 2 \neq 2$, $a \neq 0$
 $\therefore a = 1$

21. 점 (5, 1)과 (-1, 7)을 지름의 양 끝으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 12$

② $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 15$

③ $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$

④ $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 21$

⑤ $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 25$

해설

두 점의 중점을 C라 하면 C(2,4)

구하는 원의 반지름의 길이는

$$r = \sqrt{(2-(-1))^2 + (4-7)^2} = \sqrt{18}$$

$$\therefore (x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$$

22. 두 원 $(x-2)^2 + y^2 = 10$, $x^2 + y^2 + y - 5 = 0$ 의 공통현을 포함하는 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

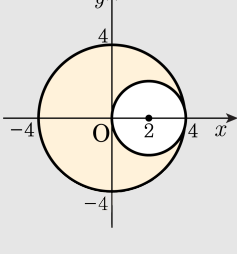
$(x-2)^2 + y^2 = 10$ 에서
 $x^2 + y^2 - 4x - 6 = 0$ 이므로
두 원의 공통현을 포함하는 직선의 방정식은
 $x^2 + y^2 - 4x - 6 - (x^2 + y^2 + y - 5) = 0$
 $4x + y + 1 = 0, y = -4x - 1$
 $\therefore a = -4, b = -1$
 $\therefore a + b = -4 + (-1) = -5$

23. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ (x - 2)^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$ 이 나타내는 영역의 넓이는?

- ① 9π ② 10π ③ 12π ④ 14π ⑤ 20π

해설

$x^2 + y^2 \leq 16$ 은 중심이 원점이고
반지름이 4인 원의 내부이고,
 $(x - 2)^2 + y^2 \geq 4$ 는 중심이 (2, 0) 이고
반지름이 2인 원의 외부이다.
동시에 만족하는 영역을 그림으로 나타
내면 다음과 같다. 따라서 구하는 영역
의 넓이는
 $\pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 2^2 = 12\pi$



24. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $A \subset B$

② $n(A) = 3$

③ $n(B) = 5$

④ $B \not\subset A$

⑤ $n(B) - n(A) = \{4, 5\}$

해설

⑤ $n(B) - n(A) = 5 - 3 = 2$

25. 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이면 $6 \in A$ 이다.
- ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ㉢ $a \subset \{a, b, c\}$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$ 이면 $B \subset A$ 이다.
- ㉢ $a \in \{a, b, c\}$

26. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 두 자리의 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 포함관계를 기호를 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A \subset B$

해설

$A = \{11, 13, 15, \cdots, 99\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, \cdots, 100\}$ 이므로 $A \subset B$ 이다.

27. 집합 $A = \{x, y\}$ 의 부분집합의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{x, y\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같다.
따라서 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

28. 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\}$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\}$ 의 의미는 $\{1, 2, 4, 6\}$ 의 부분집합 중
원소 2를 반드시 포함하는 부분집합 이므로 집합 X 를 구하면
 $\{2\}, \{1, 2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 6\}, \{2, 4, 6\}, \{1, 2, 4, 6\}$
이므로 개수는 8개 이다.

29. 다음 그림은 민지네 반 시간표를 나타낸 것이다. 영어 수업이 있는 요일의 집합을 A , 수학 수업이 있는 요일의 집합을 B 라 할 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

월	화	수	목	금
국어	도덕	영어	영어	기가
수학	사회	과학	사회	일어
체육	수학	음악	체육	수학
영어	국어	도덕	과학	영어
과학	기가	창재	수학	국어
기가	체육	국어	미술	과학
		국사		

▶ 답 :

▷ 정답 : {월, 목, 금}

해설

$A = \{\text{월}, \text{수}, \text{목}, \text{금}\}$
 $B = \{\text{월}, \text{화}, \text{목}, \text{금}\}$
 $A \cap B = \{\text{월}, \text{목}, \text{금}\}$

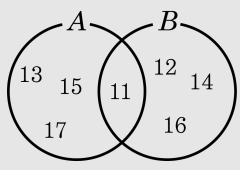
30. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{11, 13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$, $A \cap B = \{11\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{11, 12, 14, 16\}$

해설

$\therefore B = \{11, 12, 14, 16\}$



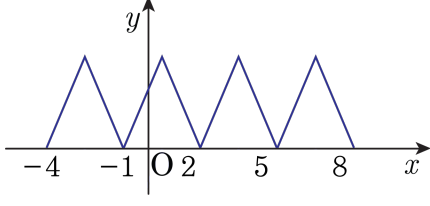
31. 다음 중 항등함수를 찾으려면?

- ① $f(x) = x$ ② $f(x) = x + 1$ ③ $f(x) = x - 1$
④ $f(x) = x^2$ ⑤ $f(x) = x^2 + 1$

해설

항등함수는 $f(x) = x$ 또는 $y = x$ 이다.

32. 다음은 실수전체의 집합에서 정의된 주기함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다.
이 함수의 주기를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2 - (-1) = 3$ 이므로, 모든 x 에 대하여
 $f(x + 3) = f(x)$ 이다.
또한, $f(x + p) = f(x)$ 를 만족시키는 p 는
 $-3, 3, 6, 9 \dots$ 등 이지만
이 중에서 최소의 양수는 3 이므로
이 함수의 주기는 3 이다.

33. 유리식 $\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{a}{b}$ ② $\frac{b}{ac}$ ③ $\frac{c}{ab}$ ④ $\frac{a}{bc}$ ⑤ $\frac{a}{c}$

해설

$$\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab} = \frac{a+b}{(a-b)c} \times \frac{a(a-b)}{b(a+b)} = \frac{a}{bc}$$

34. $x : y = 4 : 5$ 일 때, $\frac{x+y}{2x-y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$x : y = 4 : 5$, $x = 4k, y = 5k (k \neq 0)$ 이므로

$$\frac{x+y}{2x-y} = \frac{4k+5k}{8k-5k} = \frac{9k}{3k} = 3$$

35. $\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 - \sqrt{10}$

해설

분모, 분자에 각각 $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ 를 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{5}-2\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} \\ &= \frac{9-3\sqrt{10}}{5-2} = 3 - \sqrt{10}\end{aligned}$$

36. $\sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} (a > b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 4$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4+2\sqrt{3}} &= \sqrt{3+1} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \\ a = 3, b = 1 &\Rightarrow a + b = 4\end{aligned}$$

37. 함수 $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -7 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3, y = -4$ 이므로 $a - b = 1$

38. $a > 0$ 일 때, $\sqrt[3]{\sqrt{a}\sqrt[4]{a^5}}$ 을 간단히 하면?

- ① a ② $\sqrt{a}$ ③ $a\sqrt[7]{a^5}$ ④ $\sqrt[8]{a^5}$ ⑤ $\sqrt[12]{a^7}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{\sqrt{a}\sqrt[4]{a^5}} &= (a^{\frac{1}{2}+\frac{5}{4}})^{\frac{1}{3}} \\ &= (a^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{3}} \\ &= a^{\frac{7}{12}} = \sqrt[12]{a^7}\end{aligned}$$

39. 전체집합 U 의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여 $A \cap B^c = A$, $n(A) = 9$, $n(B) = 14$ 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오. (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$A \cap B^c = A - B = A$ 이므로 A, B 는 서로소
 $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 23$

40. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}}{}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여
분다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

41. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

42. 다음 ()안에 알맞은 것은?

$\frac{3}{2}i, \frac{5}{4}i, (\quad), \frac{9}{8}i, \frac{11}{10}i, \cdots$

- ① $\frac{5}{4}i$
- ② i
- ③ $\frac{7}{6}i$
- ④ $\frac{8}{6}i$
- ⑤ $\frac{6}{7}i$

해설

나열된 복소수의 분모의 수열을 a_n 이라 하면 $a_n = 2n$
분자의 수열을 b_n 이라 하면 $b_n = (2n + 1)i$ 이다.
따라서 구하는 세 번째의 복소수는 $\frac{7}{6}i$ 이다.

43. 조화수열 12, 6, 4, 3, ...의 일반항은?

- ① $\frac{12}{n}$ ② $\frac{8}{n}$ ③ $\frac{6}{n}$ ④ $\frac{3}{n}$ ⑤ $\frac{2}{n}$

해설

주어진 조화수열을 $\{a_n\}$ 이라고 하면,

$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 등차수열이다.

$$\left\{\frac{1}{a_n}\right\} = \frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \dots$$

$$= \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \dots$$

따라서 등차수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 의 일반항은 $\frac{n}{12}$

$$\therefore a_n = \frac{12}{n}$$

44. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 S_n 인 등차수열에 대하여 $S_5 = 25$, $S_7 = 49$ 일 때, S_{10} 의 값은?

① 64 ② 80 ③ 92 ④ 100 ⑤ 120

해설

$$S_5 = \frac{5(2a + 4d)}{2} = 25 \text{ 에서 } a + 2d = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$S_7 = \frac{7(2a + 6d)}{2} = 49 \text{ 에서 } a + 3d = 7 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$d = 2, a = 1$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2)}{2} = 100$$

45. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 32$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{25}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

a_n 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a + 5d + a + 10d + a + 14d + a + 19d = 32$$

$$\therefore 4a + 48d = 32$$

$$a + 12d = 8$$

$$\begin{aligned} S_{25} &= \frac{25 \cdot (2a + 24d)}{2} \\ &= \frac{25 \cdot 2 \cdot (a + 12d)}{2} \\ &= 25 \times 8 = 200 \end{aligned}$$

46. 제 4항이 6, 제 7항이 162인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합은?

- ① $\frac{1}{9}(3^{10} - 1)$ ② $\frac{1}{10}(3^{10} - 1)$ ③ $\frac{1}{9}(3^{10} + 1)$
④ $\frac{1}{10}(3^{10} + 1)$ ⑤ $\frac{1}{9}(3^{11} - 1)$

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$ar^3 = 6, ar^6 = 162$$

$$r^3 = 27$$

$$\therefore r = 3, a = \frac{2}{9}$$

$$S_n = \frac{\frac{2}{9} \cdot (3^{10} - 1)}{3 - 1} = \frac{1}{9}(3^{10} - 1)$$

47. $\sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\}$ 의 값은?

- ① 385 ② 550 ③ 1100 ④ 1150 ⑤ 1200

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left\{ 3j + \frac{j(j+1)}{2} \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left(\frac{j^2 + 7j}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (\sum_{j=1}^{10} j^2 + 7 \cdot \sum_{j=1}^{10} j) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{6} + 7 \times \frac{10 \cdot 11}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (385 + 385) \\ &= 385 \end{aligned}$$

48. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① -3 은 -27 의 세제곱근이다.
- ② 81 의 네제곱근은 $3, -3, 3i, -3i$ 이다.
- ③ $-\sqrt[4]{81} = -3$
- ④ $\sqrt{-16} = -2$
- ⑤ $\sqrt[3]{-64} = -4$

해설

- ④ $(-2)^4 = 16$ 이므로 $\sqrt{-16} = \pm 2$

49. $\frac{2}{\sqrt[3]{2}} \div \sqrt{2} \times \sqrt[3]{2\sqrt[3]{4}}$ 를 $4^{\frac{n}{m}}$ 으로 나타낼때, $m+n$ 의 값은? (단, m, n 은 서로소인 자연수)

- ① 21
- ② 22
- ③ 39
- ④ 41
- ⑤ 49

해설

$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt[3]{2}} \div \sqrt{2} &= \frac{2}{2^{\frac{1}{3}}} \div 2^{\frac{1}{2}} \\ &= 2 \div 2^{\frac{1}{3}} \div 2^{\frac{1}{2}} = 2^{1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}} \\ &= 2^{\frac{1}{6}} \times \sqrt[3]{2\sqrt[3]{4}}\end{aligned}$$

또한, $2\sqrt[3]{4} = 2^{1+\frac{2}{3}} = 2^{\frac{5}{3}}$ 에서

$$\sqrt[3]{2\sqrt[3]{4}} = \left(2^{\frac{5}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{5}{9}} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt[3]{2}} \div \sqrt{2} \times \sqrt[3]{2\sqrt[3]{4}} \\ &= 2^{\frac{1}{6}} \times 2^{\frac{5}{9}} = 2^{\frac{3}{18} + \frac{10}{18}} = 2^{\frac{13}{18}} = 4^{\frac{13}{36}} \\ \therefore m &= 36, n = 13 \\ \therefore m+n &= 49\end{aligned}$$

50. $(3 - \sqrt{2})^{-1} \times (11 + 6\sqrt{2})^{-\frac{1}{2}} = a$ 일 때, $\frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{3 - \sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{11 + 2\sqrt{18}}} \\ &= \frac{1}{(3 - \sqrt{2}) \times (3 + \sqrt{2})} = \frac{1}{7} \\ \therefore \frac{1}{a} &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$