

1. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

$$m = 10, n = 5$$

$$m + n = 15$$

2. 다음 안에 들어갈 알맞은 수는?

$$3^{2x+3} = \square \times 9^x$$

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

해설

$3^{2x+3} = 3^{2x} \times 3^3 = 9^x \times 27$
 안에 들어갈 수는 27이다.

3. $3^2 \times (3^a)^5 = 3^{17}$ 일 때, \square 안에 알맞은 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

지수법칙을 이용하면

$$2 + 5 \times \square = 17$$

$$5 \times \square = 15$$

$$\therefore \square = 3$$

4. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $8^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = -5^8$

㉢ $27^8 = 3^{11}$

㉣ $64^5 = 2^{30}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = (-5^2)^4 = 5^8$

㉢ $27^8 = (3^3)^8 = 3^{24}$

㉣ $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

5. 다음 대화에서 선생님의 질문에 답하여라.

선생님 : 제가 여러분에게 카드를 4 장 나눠드리고 제가 한 장은 가지고 있겠습니다. 5 장 카드의 곱은 $2^9 \times 3^8$ 입니다. 제가 가지고 있는 카드의 값을 맞춰보세요.
영수 : 내 카드에는 2^2 이 적혀 있어.
인호 : 내 카드에는 $(3^2)^2$ 이 적혀 있네.
민수 : 내 것은 $(2^3)^2$ 이 적혀 있어.
익수 : 내 것은 3^3 이네.
이제 한번 풀어보자.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

영수 2^2 , 인호 $(3^2)^2 = 3^4$, 민수 $(2^3)^2 = 2^6$, 익수 3^3 , 선생님 x
 $2^2 \times 3^4 \times 2^6 \times 3^3 \times x = 2^9 \times 3^8$
 $2^{2+6} \times 3^{4+3} \times x = 2^8 \times 3^7 \times x = 2^9 \times 3^8$
 $x = 2 \times 3 = 6$
선생님이 가지고 있는 카드의 값은 6 이다.

6. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} = 2^a$$

$$2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} = 2^{4m-8-4m+12} = 2^4$$

$$\therefore a = 4$$

7. $(25)^3 \div (-5)^n = -5^3$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$5^6 \div (-5)^n = -5^3$$

$$6 - n = 3$$

$$\therefore n = 3$$

8. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$am = 10, bm = 8, cm = 6$$

모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 2이다.

9. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

10. $\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$$

$$5^b = 125, b = 3$$

$$x^{3a} = x^9, a = 3$$

$$b = 3c = 3, c = 1$$

$$\therefore a + b - c = 3 + 3 - 1 = 5$$

11. 등식 $\frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} = ax^by^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} & \frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} \\ &= \frac{9x^6y^3}{xy} \times \frac{8x^3}{x^2y^4} \times \frac{xy}{9x^6y^4} \\ &= \frac{8x}{y^5} = 8xy^{-5} \end{aligned}$$

$$a = 8, b = 1, c = -5$$

$$a + b + c = 8 + 1 - 5 = 4$$

12. 다음 식에서 $m+n$ 의 값을 구하여라.

$$4^{m+5} = 4^m \times 2^n = 4096$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} 4^{m+5} &= 4^m \times 4^5 \\ &= 4^m \times 2^{10} \\ &= 4^m \times 2^n \Rightarrow \therefore n = 10 \\ &= 2^{2m} \times 2^{10} \Rightarrow \therefore m = 1 \\ &= 2^{12} = 4096 \\ \therefore m+n &= 10+1 = 11 \end{aligned}$$

13. n 이 자연수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$
- ㉡ $(-1)^n - (-1)^{n+1} = 1$ (단, n 은 짝수)
- ㉢ $(-1)^n \times (-1)^{n+1} = -1$
- ㉣ $(-1)^n \div (-1)^{n+1} = 1$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉠ 모든 자연수에 대하여 $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$ 이다.
 - ㉡ $1 - (-1) = 1 + 1 = 2$
 - ㉢ $(-1)^{n+n+1} = (-1)^{2n+1} = -1$
 - ㉣ n 이 홀수일 때, $(-1) \div 1 = -1$ 이고, n 이 짝수일 때, $1 \div (-1) = -1$ 이므로 -1 이다.
- 이므로 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

14. n 이 자연수 일 때,
 $(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) n 이 홀수 일 때 :
 $n+1$ 은 짝수, $n+2$ 은 홀수, $2n$ 은 짝수이므로
 $(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$
 $= -1 + 1 + (-1)(-1) + 1$
 $= 2$
ii) n 이 짝수 일 때 :
 $n+1$ 은 홀수, $n+2$ 은 짝수, $2n$ 은 짝수이므로
 $(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$
 $= 1 + (-1) + 1 \cdot 1 + 1$
 $= 2$
 $\therefore 2$

15. 자연수 n 이 홀수일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
 $(-1)^n - (-1)^{n+1} - (-1)^{n+2} + (-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

n : 홀수, $n+1$: 짝수, $n+2$: 홀수
 $2n$: 짝수, $2n+1$: 홀수이므로
 $(-1) - (+1) - (-1) + (+1) - (-1) = 1$

16. 자연수 n 에 대하여, 다음 식을 계산하면 얼마인가?

$$1^{2n} + (-1)^{2n} + 1^{4n} + (-1)^{4n} + 1^{6n} + (-1)^{6n}$$

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$1^n = 1$, $(-1)^{2n} = \{(-1)^2\}^n = 1^n = 1$ 이므로,

$1^{2n} + (-1)^{2n} + 1^{4n} + (-1)^{4n} + 1^{6n} + (-1)^{6n} = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$ 이다.

17. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 3^x = t \text{로 놓으면} \\ 3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x \\ = 9t + 3t + t = 1053 \\ 13t = 1053, t = 81 \\ 3^x = 81 = 3^4 \\ \therefore x = 4 \end{aligned}$$

18. $3^{2x}(9^x + 9^x + 9^x) = 243$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$3^{2x} \times 3 \times 3^{2x} = 3^{4x+1} = 3^5 \text{ 이므로 } 4x+1 = 5$$

$$\therefore x = 1$$

19. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

- ① x^2 ② x^4 ③ x^6 ④ x^8 ⑤ x^{10}

해설

$$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$$

20. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는
3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...
 $\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$
(단, $k_2 \leq k_1, k_1, k_2$ 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned}81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3}\end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...
 k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.
따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로
 $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

21. $7^{2x-1} + (7^2)^x + 7^{2x-1} = 63$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$7^{2x-1} + (7^2)^x + 7^{2x-1} = 63 \text{ 에서}$$

$$7^{2x-1} + 7^{2x} + 7^{2x-1} = 63$$

$$7^{2x} \times \frac{1}{7} + 7^{2x} + 7^{2x} \times \frac{1}{7} = 63$$

$$7^{2x} \left(\frac{1}{7} + 1 + \frac{1}{7} \right) = 63$$

$$\frac{9}{7} \times 7^{2x} = 63$$

$$7^{2x} = 63 \times \frac{7}{9} = 7^2$$

$$\therefore x = 1$$

22. 등식 $x^{3x} = x^{2x+4}$ 가 성립하는 자연수 x 의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$ 에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로 $3x = 2x + 4$, $\therefore x = 4$

(2) 1의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1이므로 등호가 성립한다.

즉, $x = 1$ 일 때, $1^3 = 1^6$ 이므로 항상 성립한다. $\therefore x = 1$
따라서 주어진 식을 만족하는 x 의 값을 모두 더하면 $4 + 1 = 5$ 이다.

23. $x_1 = 97, x_2 = \frac{2}{x_1}, x_3 = \frac{3}{x_2}, x_4 = \frac{4}{x_3}, \dots, x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때,
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서
 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

24. $2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$$

$$2^{4n+3a} \div 2^{4n} = 2^9$$

$$4n + 3a - 4n = 9 \quad \therefore a = 3$$

25. $4xy \div (x^2y) \times \left(\frac{xy}{2}\right)^2$ 을 계산하면?

- ① $\frac{16}{x^3y^2}$ ② $\frac{8}{x^3y^2}$ ③ $2xy^2$ ④ xy^2 ⑤ x^2y^2

해설

$$4xy \times \frac{1}{x^2y} \times \frac{x^2y^2}{4} = xy^2$$

26. $a = -1$, $b = 3$ 일 때, $20a^2b \times 5ab^2 \div 4ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 225

해설

$$\begin{aligned} 20a^2b \times 5ab^2 \div 4ab &= 25a^2b^2 \\ &= 25 \times (-1)^2 \times 3^2 \\ &= 225 \end{aligned}$$

27. $12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$ 에서 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 1 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) &= -4x^2 \\ -4x^{a-2+1}y^{b-2} &= -4x^2 \\ a-2+1=2 &\quad \therefore a=3 \\ b-2=0 &\quad \therefore b=2 \\ \therefore a+b &= 3+2=5 \end{aligned}$$

29. $(a, b) * (c, d) = \frac{ad}{bc}$ 라 할 때,

$\left(2x^3y, -\frac{xy^4}{5}\right) * \left(-\frac{2}{3}xy^2, -\frac{2}{xy^2}\right)$ 를 간단히 하면?

- ① $-\frac{25}{y^3}$ ② $-\frac{25}{y^5}$ ③ $-\frac{25}{y^7}$ ④ $-\frac{30}{y^7}$ ⑤ $-\frac{30}{y^9}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{2x^3y \times \left(-\frac{2}{xy^2}\right)}{\left(-\frac{xy^4}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)} = \frac{-\frac{4x^2}{y}}{\frac{2x^2y^6}{15}} \\ &= \left(-\frac{4x^2}{y}\right) \times \left(\frac{15}{2x^2y^6}\right) = -\frac{30}{y^7} \end{aligned}$$

30. $(a, b) * (c, d) = \frac{bd}{ac}$ 라 할 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\left(x^2y, -\frac{xy^3}{4}\right) * \left(-\frac{1}{3}xy^2, \frac{-1}{xy}\right)$$

- ① $-\frac{2}{4}x^2$ ② $-\frac{3}{4}xy$ ③ $-\frac{3}{4x^2}$
 ④ $-\frac{3}{4x}$ ⑤ $-\frac{3}{4x^3y}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{\left(-\frac{xy^3}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{xy}\right)}{x^2y \times \left(-\frac{1}{3}xy^2\right)} = \frac{\frac{y^2}{4}}{-\frac{x^3y^3}{3}} \\ &= \frac{y^2}{4} \times \left(-\frac{3}{x^3y^3}\right) = -\frac{3}{4x^3y} \text{이다.} \end{aligned}$$

31. $2^{10} = 1000$ 이라고 할 때, 1.6^5 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} 1.6^5 &= \left(\frac{16}{10}\right)^5 = \frac{(2^4)^5}{10^5} = \frac{(2^{10})^2}{10^5} \\ &= \frac{(10^3)^2}{10^5} = 10 \end{aligned}$$

32. $2^{10} \approx 10^3$ 일 때, 0.4^{10} 을 소수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.0001

해설

$$\begin{aligned} 0.4^{10} &= \frac{2^{10}}{5^{10}} \approx \frac{10^3}{5^{10}} = \frac{2^3 \cdot 5^3}{5^{10}} = \frac{2^3}{5^7} \\ &= \frac{2^3 \cdot 2^7}{5^7 \cdot 2^7} = \frac{2^{10}}{10^7} \approx \frac{10^3}{10^7} = \frac{1}{10^4} \end{aligned}$$

33. $216 = 3^m(3^n - 1)$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$216 = 3^3 \times 2^3 = 3^3 \times 8 = 3^3(3^2 - 1) = 3^m(3^n - 1)$$

$$m = 3, n = 2 \quad \therefore m + n = 5$$