**1.** $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \cdots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 $n$은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 $n$은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$개이다.

**2.** $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, $a$ , $n$ 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\frac{2}{125} = \frac{2}{5^3}$ 의 분자, 분모에 $2^3$ 을 곱하면 $\frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3}$

$\therefore a = 16$ , $n = 3$

$\therefore a + n = 16 + 3 = 19$

**3.** 유리수 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{13}$, $\cdots\cdots$ , $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4$, $2^5$, $2^6$
분모가 5의 거듭제곱으로만 $5^2$
2와 5의 거듭제곱으로만 $2\times5$, $2^2\times5$, $2^3\times5$, $2^4\times5$, $2\times5^2$, $2^2\times5^2$
$\therefore$ 10개

**4.** $\frac{1}{6}$과 $\frac{3}{4}$ 사이의 분수 중에서 분모가 24이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{1}{6}$과 $\frac{3}{4}$의 분모를 24로 통분하면 $\frac{4}{24}$, $\frac{18}{24}$

$\frac{4}{24} < \frac{x}{24} < \frac{18}{24}$

$24 = 2^3 \times 3$이므로 유한소수로 나타내려면 $x$는 3의 배수이어야 한다. 즉, 6, 9, 12, 15로 4개이다.

**5.** 분수 $\frac{3}{2^2 \times 5^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 100 미만의 자연수 중에서 $a$가 될 수 있는 가장 큰 수 $x$, 100 초과의 자연수 중에서 $a$가 될 수 있는 가장 작은 수 $y$일 때, $y - x$ 를 구하면?

① 4　② 20　③ 24　④ 37　⑤ 50

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분자에 3이 있으므로,
$a$의 값은 3의 배수가 되어야 한다.
100 미만의 자연수 중 소인수를 2와 5를 가지고 있는 가장 큰 3의 배수는
$2^5 \times 3 = 96$이고,
100 초과의 자연수 중 가장 작은 수는 $2^3 \times 5 \times 3 = 120$이 된다.
따라서, 두 수의 차는 $y - x = 120 - 96 = 24$이다.

**6.** $\frac{7 \times a}{2 \times 5 \times b}$ 를 소수로 나타내면 무한소수일 때, 순서쌍 $(a,\ b)$ 의 갯수를 구하여라.
(단, $a,\ b$ 는 자연수이고, $1 \le a \le 10,\ 1 \le b \le 10$ )

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 23 개

해설

$\frac{7 \times a}{2 \times 5 \times b}$ 에서 분모에 2 나 5 이외의 수가 존재하면 되므로 순서쌍 $(a, b)$ 의 갯수를 구하면 23 개이다.

**7.** 분수 $\frac{18 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. 순서쌍 $(a, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 최댓값을 구하여라.
(단, $a$, $b$ 는 자연수이고, $1 \le a \le 10$ , $1 \le b \le 10$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 19$

해설

$\frac{18 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a} = \frac{3^2 \times 2 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a} = \frac{b}{2 \times a}$ 가 무한소수가 되어야 하므로, 분모 $a$ 의 최댓값은 9 이고, 분자 $b$ 의 최댓값은 10 이다.
따라서 $a + b$ 의 최댓값은 19 이다.

**8.** $k$ 는 200 이하의 자연수일 때, $\frac{k}{55}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 $k$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 15 개

해설

$\frac{k}{11 \times 5}$ 는 유한소수이므로 $k$ 는 11 의 배수이다.
따라서 $k$ 의 개수는 $18 - 3$(55의 배수) $= 15$ ( 개)

**9.** 분수 $\frac{9 \times a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, $a$ 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 정수는?

① 80 ② 85 ③ 90 ④ 95 ⑤ 99

해설

$\frac{9 \times a}{180} = \frac{9 \times a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{a}{2^2 \times 5}$ 이므로 $a$ 는 어떤 수가 되도 유한소수로 나타낼 수 있다.
따라서 가장 큰 두 자리의 정수는 99 이다.

**10.** 분수 $\frac{21}{2^3 \times x \times 5}$ 을 소수로 나타내면 순환소수가 된다고 한다. $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ 중 $x$ 가 될 수 있는 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x$ 가 $2$ , $4$ , $8$ , $5$ 이면 유한소수

$x$ 가 $3$ 이면 $\frac{7}{2^3 \times 5}$, $7$ 이면 $\frac{3}{2^3 \times 5}$ 가 되어 유한소수

$x$ 가 $6$ 이면 $\frac{3 \times 7}{2^3 \times 2 \times 3 \times 5} = \frac{7}{2^3 \times 2 \times 5}$ 로 유한소수

순환소수가 되려면 $x = 9$

**11.** 자연수 $A$, $B$가 다음 식을 만족할 때, $A$, $B$를 동시에 만족하는 값을 구하여 $A+B$의 최솟값을 구하여라.

$$\frac{1}{60}\times A=\frac{1}{B}\ (\text{단, } \frac{1}{B}\text{ 은 유한소수})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\frac{1}{60}\times A$가 유한소수이려면

$A$는 3의 배수이어야 하고 $\frac{1}{60}=\frac{1}{AB}$ , $AB=60$이므로

$(A, B)$를 구하면 $(3,\ 20)$, $(6,\ 10)$, $(12,\ 5)$, $(15,\ 4)$이다.

따라서 $A+B$의 최솟값은 16이다.

**12.** $\frac{a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다. $a$ 가 두 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값은?

① 73 ② 75 ③ 83 ④ 89 ⑤ 90

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수이려면 $a$ 는 9 의 배수이어야 하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 $a$ 는 7 의 배수이다.
따라서 $a$ 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.
$\frac{63}{180} = \frac{7}{20}$ 이므로 $b = 20$ 이다.
따라서 $a + b = 83$ 이다.

**13.** 경식이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

① $4 \div 25$　② $3 \div 18$　③ $11 \div 50$
④ $7 \div 4$　⑤ $21 \div 14$

해설

② $3 \div 18 = 0.16666\cdots$ 이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

**14.** 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

| | | |
|---|---|---|
| ㉠ $3 \div 25$ | ㉡ $3 \div 11$ | ㉢ $13 \div 50$ |
| ㉣ $5 \div 4$ | ㉤ $1 \div 3$ | |

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}\dot{7}$ 이므로 순환마디가 2,7 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉤ $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 이므로 순환마디가 3 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

**15.** $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내면?

① $1.\dot{6}$ ② $1.0\dot{6}$ ③ $1.\dot{0}\dot{6}$ ④ $1.\dot{6}\dot{6}$ ⑤ $1.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$$x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}$$
$$= x + \frac{x}{x+1}$$

$x$의 값을 대입하면 $\frac{2}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{16}{15}$

따라서 $x = \frac{16}{15} = 1.06666\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $1.0\dot{6}$ 이다.

**16.** 양의 기약분수 $\frac{a}{b}$ 에 대하여 $\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{99}{10y+z}$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.
(단, $x, y, z$ 는 한 자리 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{30+x-3}{9} = \frac{27+x}{9}$

$\frac{a}{b} = \frac{27+x}{9} = \frac{99}{10y+z}$ 에서 $x$ 가 한 자리의 자연수이므로

$\frac{(27+x)\times 3}{9\times 3} = \frac{81+3x}{27} = \frac{99}{10y+z}$, $81+3x = 99$

$\therefore x = 6$

$10y+z = 27$

$\therefore y = 2, z = 7$

$x+y+z = 6+2+7 = 15$

**17.** $\frac{3654}{9990} = 0.a\dot{b}c\dot{d}$ 에서 $a, b, c, d$ 는 $0, 1, \cdots, 9$ 중 어느 한 수를 나타낸다. 이때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① 21　　② 22　　③ 23　　④ 24　　⑤ 25

해설

$\frac{3654}{9990} = 0.3\dot{6}5\dot{7}$

$a = 3,\ b = 6,\ c = 5,\ d = 7$

$\therefore\ a+b+c+d = 21$

**18.** 분수 $\frac{8}{7}$을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자부터 소수점 아래 100번째 자리의 숫자까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 447

해설

$\frac{8}{7} = 1.\dot{1}4285\dot{7}$이므로 순환마디의 숫자 6개

$100 = 6\times16+4$이므로 $(1+4+2+8+5+7)\times16+(1+4+2+8) = 447$

**19.** $\frac{15}{37}$ 의 소수 $n$ 번째 자리의 숫자를 $x_n$ 이라 할 때, 다음 계산결과를 자연수로 나타내어라.

$$x_1 + x_2 + 0.\dot{x}_6 + 0.\dot{x}_{58}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{15}{37} = 0.\dot{4}0\dot{5}$

(준식) $= 4 + 0 + 0.\dot{5} + 0.\dot{4} = 5$

**20.** 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수 $n$ 번째 자리의 숫자를 $x_n$ 이라고 한다. $x_{103}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이다.

$103 = 6 \times 17 + 1$ 이므로 $x_{103} = 8$

**21.** $x = 0.\dot{1}$ 일 때, $1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{11}{10}$

해설

$x = \dfrac{1}{9}$, $\dfrac{1}{x} = 9$

(준식) $= 1 + \dfrac{1}{1+9} = \dfrac{11}{10}$

**22.** $0.a\dot{b}\dot{c}$ 를 분수로 고치면 $\frac{213}{330}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{213}{330} = \frac{639}{990} = 0.6\dot{4}\dot{5}$ 이므로

$a=6,\ b=4,\ c=5$ 이다.

$\therefore\ a+b+c=15$

**23.** $x = 1.37\dot{5}$ 일 때, $10^3x - 10^2x$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1238

해설

$$\begin{array}{rl} & 1000x = 1375.555\cdots \\ -) & 100x = 137.555\cdots \\ \hline & 900x = 1238 \end{array}$$

따라서

$10^3x - 10^2x = 1000x - 100x = 900x = 1238$

**24.** 기약분수 $A$ 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}\dot{7}$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 $A$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

영철 : $0.\dot{3}\dot{7} = \frac{37}{99}$,

영은 : $1.3\dot{5} = \frac{135-13}{90} = \frac{61}{45}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = \text{A}$ 이다.

**25.** 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 $a, b, c, d, e$ 의 합을 구하면?

$$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{24301}{99900}$$

① 9　② 16　③ 24　④ 28　⑤ 31

해설

$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \dfrac{24301}{99900}$ 이므로 $ab = 24$ 이다.

따라서 $24301 = abcde - 24$

$abcde = 24301 + 24$

$\therefore abcde = 24325$

$\therefore a + b + c + d + e = 16$

**26.** $0.\dot{x}$ 의 값은 $\frac{1}{9}$ 이상 $\frac{3}{5}$ 미만이다. 이를 만족하는 자연수 $x$ 의 값 중에서 가장 큰 값을 $a$, 가장 작은 값을 $b$ 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{1}{9} \le \frac{x}{9}$ $\quad \therefore\ b=1$

$\frac{5x}{45} < \frac{27}{45}$ $\quad \therefore\ a=5$

$\therefore\ a-b=4$

**27.** $0.\dot{2} < 0.\dot{a} < 0.5\dot{8}$ 을 만족하는 $a$ 를 모두 구하여라. (단 $a$ 는 한 자리 자연수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{2}{9} < \frac{a}{9} < \frac{53}{90}$

$2 < a < \frac{53}{10}$

$2 < a < 5.3$

**28.** 두 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$, $0.\dot{b}\dot{a}$ 의 합이 $0.\dot{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$ )

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$$\frac{10a+b+10b+a}{99} = \frac{11a+11b}{99} = \frac{a+b}{9}$$
$$= 0.\dot{3} = \frac{3}{9}$$

$\therefore\ a+b=3$

$a, b$ 가 자연수이고 $0 < a < b$ 이므로

$a=1,\ b=2$

$\therefore a-b=-1$

**29.** 어떤 자연수에 $0.\dot{4}$를 곱할 것을 $0.4$를 곱하여 계산하였더니 정답과의 차가 $2$가 되었다. 어떤 자연수를 구하면?

① 32　② 45　③ 55　④ 62　⑤ 75

해설

$x \times 0.\dot{4} - x \times 0.4 = 2$

$\frac{4}{9}x - \frac{2}{5}x = 2$

$20x - 18x = 90$

$\therefore x = 45$

**30.** 분수 $\frac{27}{333}$ 을 $x$ 라 할 때, $x \times (10^3 - 1)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$\frac{27}{333} \times (10^3 - 1) = \frac{27}{333} \times 999 = 27 \times 3 = 81$

**31.** 순환소수 $1.\dot{4}$ 를 $a$ 라 하고 $0.2\dot{8}$ 의 역수를 $b$ 라 할 때, $ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$1.\dot{4} = \frac{13}{9} = a$, $0.2\dot{8} = \frac{26}{90}$, $b = \frac{90}{26}$

$\therefore\ ab = \frac{13}{9} \times \frac{90}{26} = 5$

**32.** 순환소수 $6.\dot{2}$에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 10 개

해설

$6.\dot{2} = \frac{62-6}{9} = \frac{56}{9}$ 이므로 어떤 자연수는 9의 배수이어야 한다.
두 자리의 자연수 중 9의 배수는 18, 27, $\cdots$, 99의 10개이다.

**33.** $x = \frac{a}{90}$($a$는 100 이하의 자연수) 일 때, $x$가 정수가 아니면서 유한소수가 되는 $a$의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

분수 $\frac{a}{90}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 $a$ 는 100 이하의 9 의 배수 중 90의 배수를 제외하면 된다.
따라서, $11 - 1 = 10$