

1. 어떤 자연수 n 에 대하여 $\frac{110}{2 \times n + 1}$ 이 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

110의 약수를 구해보면 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110이다.

그 중 홀수는 1, 5, 11, 55 이다.

$2 \times n + 1 = 1$ 에서 $\therefore n = 0$

$2 \times n + 1 = 5$ 에서 $\therefore n = 2$

$2 \times n + 1 = 11$ 에서 $\therefore n = 5$

$2 \times n + 1 = 55$ 에서 $\therefore n = 27$

따라서 자연수 n 의 합을 구하면 $2 + 5 + 27 = 34$

2. 네 자리의 정수 $41\square2$ 가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

3의 배수는 자리 수의 합이 3의 배수 이므로 $41\square2 \Rightarrow 4 + 1 + \square + 2 = 7 + \square$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.
4의 배수는 마지막 두 자리가 4의 배수이어야 하므로 $41\square2 \Rightarrow \square2$ 에서
 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.
따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.

3. $7^x = 343$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$7^3 = 343$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 29는 소수가 아니다.
- ③ 37과 43은 모두 소수이다.
- ④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

- ① 1은 소수가 아니다.
- ② 29는 소수이다.
- ⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

5. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

- ① 35 ② 70 ③ 105 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서
i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$
ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$
iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$
iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

6. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x + y$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 70 ② 80 ③ 90 ④ 100 ⑤ 110

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2, \quad x = 10, \quad y = 60$$

따라서 $x + y = 70$ 이다.

7. 두 자연수 a, b 에 대하여 $2 \times 5^a \times 11^b$ 의 약수가 12 개일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(1+1) \times (a+1) \times (b+1) = 12$$

$$(a+1) \times (b+1) = 6$$

$$a+1=2, b+1=3 \text{ 또는 } a+1=3, b+1=2$$

$$a=1, b=2 \text{ 또는 } a=2, b=1$$

$$\therefore a+b=1+2=3$$

8. $18 \times A \times 7^2$ 의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은 A 의 값을 a , 두 번째로 작은 A 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$$

약수의 개수가 36 개이므로

A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^3, 7^3$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.

따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,

두 번째로 작은 값은 5

$$\therefore 5 - 4 = 1$$

9. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

10. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11}
풀이어야 한다.

하지만 $3^2 \times x$ 풀이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$) 풀이어야
하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

11. 볼펜 24 개, 연필 72 개, 지우개 48 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 한 학생이 받는 모든 물건의 개수는 총 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 이므로
24, 72, 48 의 최대공약수는 $2^3 \times 3 = 24$
따라서 한 사람이 받는 물건은 볼펜 1 개, 연필 3 자루, 지우개 2 개이므로
총 개수는 6 이다.

12. 가로, 세로의 길이가 각각 100m, 80m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고, 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?
- ① 10 그루 ② 12 그루 ③ 14 그루
④ 16 그루 ⑤ 18 그루

해설

나무 사이의 간격을 $x(m)$ 라 할 때,
 $100 = x \times \square$, $80 = x \times \triangle$
 x 는 100 과 80 의 최대공약수이므로
 $100 = 2^2 \times 5^2$, $80 = 2^4 \times 5$
 $\therefore x = 2^2 \times 5 = 20 (m)$
나무 사이의 간격을 20m 라 할 때,
가로 $100 = 20(m) \times 5$ (그루)
세로 $80 = 20(m) \times 4$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(5 + 4) \times 2 = 18$ (그루)

13. 1000 이하의 자연수 중 $2^3 \times 3$ 과 2×3^2 의 공배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$2^3 \times 3$ 과 2×3^2 의 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$ 이다.

$\therefore 1000 \div 72 = 13 \cdots 64$

따라서 13개이다.

14. 세 자연수의 비가 $2:3:5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16 ② 24 ③ 40 ④ 80 ⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \overline{2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad \quad 3 \quad \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

15. 원주 위를 같은 방향으로 움직이는 세 점 A, B, C 가 3 분에 각각 45 바퀴, 30 바퀴, 60 바퀴를 돈다. 원주 위의 한 점 P 에서 세 점 A, B, C 가 동시에 출발하여 출발한 이후 1 시간 동안 점 P 를 동시에 통과하는 횟수를 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 300 회

해설

A 가 3 분에 45 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{15}$ 분, 즉 4 초가 걸리고, B 가 3 분에 30 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{10}$ 분, 즉 6 초 걸리고, C 가 3 분에 60 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{20}$ 분, 즉 3 초가 걸린다.
즉, 같은 지점에서 처음에 같이 출발했다가 다시 같이 출발하는 데는 4, 6, 3 의 최소공배수인 12 초가 걸린다.
따라서 점 P 를 1 시간 (3600 초) 동안 $3600 \div 12 = 300$ (회) 동시에 통과한다.

16. 어떤 자연수를 5, 6, 8 로 나누면 모두 2 가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 작은 수는?

① 120 ② 121 ③ 122 ④ 123 ⑤ 125

해설

어떤 자연수를 x 라 하면 $x - 2$ 는 5, 6, 8 의 공배수이다.
5, 6, 8 의 최소공배수는 120 이므로 $x - 2$ 는 120, 240, 360, ... 이다.
 $x = 122, 242, 362, \dots$ 그러므로 가장 작은 수는 122

17. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$a = 5 \times m, b = 5 \times n$ 이라 두면,
 $25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10$,
 $(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$
 $\therefore$ (순서쌍 (a, b) 의 개수) = 4 (개)

18. 1에서 100까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가?

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots, (98, 99, 100)$

- ① 19쌍 ② 24쌍 ③ 30쌍 ④ 32쌍 ⑤ 36쌍

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$, 12의 배수가 되기 위해서 n 은 4의 배수가 되어야 한다. 즉 가운데 수가 4의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.

19. 네 정수 a, b, c, d 에 대하여 $-4 < a < b < 0 < c < d < 10$ 일 때,
 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$ 을 큰 것부터 순서대로 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{c}$

▷ 정답 : $\frac{1}{d}$

▷ 정답 : $\frac{1}{a}$

▷ 정답 : $\frac{1}{b}$

해설

$a = -3, b = -2, c = 2, d = 5$ 라고 하면

$\frac{1}{a} = -\frac{1}{3}, \frac{1}{b} = -\frac{1}{2}, \frac{1}{c} = \frac{1}{2}, \frac{1}{d} = \frac{1}{5}$ 이다.

따라서 $\frac{1}{2} > \frac{1}{5} > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$ 이므로

$\frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ 이다.

20. 두 정수 x, y 에 대하여 x 의 절댓값은 6, y 의 절댓값은 9이다. $x - y$ 중 가장 큰 값을 a , 가장 작은 값을 b 라고 할 때 $a \div b$ 의 값을 구하여라.

① -10

② -1

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

$x = +6, -6, y = +9, -9$ 이므로
 $x - y$ 의 최댓값은 $6 - (-9) = 6 + 9 = 15$
 $x - y$ 의 최솟값은 $-6 - 9 = -15$

따라서 $a = 15, b = -15$ 이다.
 $\therefore a \div b = 15 \div (-15) = -1$

21. 서로 다른 세 정수 a, b, c 가 다음을 만족한다. 가장 큰 수는 어떤 수인지 구하여라.

a 와 b 는 절댓값이 같다.
 c 는 a 보다 수직선의 왼쪽에 위치한다.
 c 는 0보다 작지 않다.

▶ 답 :

▷ 정답 : a

해설

a 와 b 는 절댓값이 같다. $\Rightarrow |a| = |b|$
 c 는 a 보다 수직선의 왼쪽에 위치한다. $\Rightarrow c < a$
 c 는 0 보다 작지 않다. $\Rightarrow c \geq 0$ 이고 $0 \leq c < a$ 이므로 b 는 음수이다.
즉, $b < c < a$ 이다.

22. 서로 다른 정수 A, B, C, D 가 다음을 만족할 때, A, B, C, D 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- A 는 네 수 중 가장 작다.
 - B 는 음수이다.
 - A 와 C 는 수직선에 나타냈을 때, 원점까지의 거리가 같다.
 - D 는 B 보다 작다.

- ① $A < B < C < D$

② $A < D < B < C$

③ $A < C < B < D$

④ $A < D < C < B$

⑤ $D < B < C < A$

해설

- A 는 네 수 중 가장 작다.
 - B 는 음수이다. $\Rightarrow B < 0$
 - A 와 C 는 수직선에 나타냈을 때, 원점까지의 거리가 같다.
 $\Rightarrow A$ 가 가장 작으므로 B 보다 작은 음수이고, C 는 양수일 것이다.
 - D 는 B 보다 작다. $\Rightarrow D < B$

$A < D < B < C$

23. 어떤 정수와 6 의 합은 양수이고 어떤 정수와 4 의 합은 음수이다.
어떤 정수는 무엇인가?

① -5 ② -4 ③ -7 ④ -6 ⑤ -3

해설

어떤 정수를 x 라 하면
 $x + 6 > 0$ 이므로 $x > -6$
 $x + 4 < 0$ 이므로 $x < -4$
 $\therefore -6 < x < -4$ 이므로 $x = -5$

24. 두 정수 $|a| = 4$, $|b| = 7$ 일 때, $a - b$ 가 될 수 있는 값 중 가장 큰 것은?

① 3

② 5

③ 7

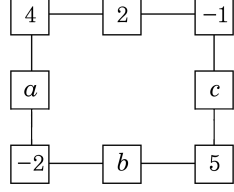
④ 9

⑤ 11

해설

$a = 4, -4, b = 7, -7$ 이므로
 $a - b$ 가 가질 수 있는 가장 큰 값은
 a 가 양수, b 가 음수일 때이므로
 $a = 4, b = -7$ 일 때의 값을 구하면 된다.
 $\therefore a - b = 4 - (-7) = 11$

25. 아래 그림에서 가로, 세로에 놓인 세 수의 곱이 모두 같게 되는 유리수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{17}{5}$

해설

$4 \times 2 \times (-1) = -8, 4 \times a \times (-2) = -8$ 에서 $a = 1$

$(-2) \times b \times 5 = -8$ 에서 $b = \frac{4}{5}$

$(-1) \times c \times 5 = -8$ 에서 $c = \frac{8}{5}$

따라서 $a + b + c = \frac{17}{5}$

26. 4 개의 유리수 $-\frac{7}{3}$, $-\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$, -3 중에서 세 수를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14 또는 +14

해설

$$a = (-3) \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$b = \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times (-3) = -\frac{21}{2}$$

$$\therefore a-b = \frac{7}{2} - \left(-\frac{21}{2}\right) = 14$$

27. 다음을 계산하여 그 값이 큰 것부터 차례로 나열하면?

㉠. $-\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times (-1)^5$

㉡. $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times (-2^4) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$

㉢. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1)^{51}$

㉣. $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-6^2) \times (-1)$

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
- ② ㉠, ㉣, ㉡, ㉢
- ③ ㉠, ㉢, ㉡, ㉣
- ④ ㉣, ㉢, ㉠, ㉡
- ⑤ ㉣, ㉢, ㉡, ㉠

해설

㉠. $-\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times (-1)^5 = \frac{1}{8} \times (-1) = -\frac{1}{8}$

㉡. $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times (-2^4) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{9} \times (-16) \times \frac{1}{4} = -\frac{4}{9}$

㉢. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1)^{51} = \frac{9}{16} \times (-8) \times (-1) = \frac{9}{2}$

㉣. $\frac{4}{9} \times (-36) \times (-1) = 16$

28. $y = -[\{(-1)^{100} + 7^2\} \div (-5)]$ 이고, x 는 $|x| < 4$ 인 정수일 때, x 중에서 y 의 약수가 아닌 것은 모두 몇 개인가?(단, $x > 0$)

① 1

② 2

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} y &= -[\{(-1)^{100} + 7^2\} \div (-5)] \\ &= -[\{(+1) + 49\} \div (-5)] \\ &= -\{50 \div (-5)\} \\ &= -(-10) \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

y 의 약수는 1, 2, 5, 10 이므로

$\therefore -3, -2, -1, 0, 3$ 총 5개

29. -3^2 의 역수를 a , $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$ 의 역수를 b , $\frac{8}{5}$ 의 역수를 c 라 할 때,
 $a \div b - c$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{17}{4}$

해설

$-3^2 = -9$ 의 역수는 $-\frac{1}{9}$ 이므로 $a = -\frac{1}{9}$,

$\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$ 의 역수는 $-\frac{8}{27}$ 이므로 $b = -\frac{8}{27}$

$\frac{8}{5}$ 의 역수는 $\frac{5}{8}$ 이므로 $c = \frac{5}{8}$

$$\begin{aligned} \therefore a \div b - c &= \left(-\frac{1}{9}\right) \div \left(-\frac{8}{27}\right) - \frac{5}{8} \\ &= \left(-\frac{1}{9}\right) \times \left(-\frac{27}{8}\right) - \frac{5}{8} \\ &= \frac{3}{8} - \frac{5}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

30. a, b 가 정수이고, $a < 0$, $a \div b = 4$, $a \times b = 36$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -15

해설

a 가 음수이고 $a \div b$ 가 양수이므로 b 는 음수임을 알 수 있다.
둘을 곱하면 36, 나누면 4 가 나오는 수는 -3 , -12 이다.
 $\therefore a + b = -15$

31. $1 - \frac{1}{3} \times \left[5 - \left\{ \left(-\frac{1}{2} \right) \times (-2) + 1 \right\} \right]$ 을 계산하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 1 - \frac{1}{3} \times \{5 - (1 + 1)\} \\&= 1 - \frac{1}{3} \times (5 - 2) \\&= 1 - \frac{1}{3} \times 3 \\&= 1 - 1 = 0\end{aligned}$$

32. $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a + b - c > 0$

② $a - b - c > 0$

③ $a - b + c > 0$

④ $a + b + c < 0$

⑤ $a - (2b - c) > 0$

해설

$a > 0$, $b < 0$, $c < 0$ 이므로 $a > 0$, $-b > 0$, $-c > 0$ 이다.
 $\therefore a - b - c = a + (-b) + (-c) > 0$

33. 수직선 위에 대응하는 두 점 $\frac{2}{5}$ 와 $-\frac{1}{3}$ 사이의 거리를 a , 원점에서 $\frac{3}{4}$ 의 2배만큼 떨어진 곳에 위치한 두 점 사이의 거리를 b 라 할 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{5}$

해설

$$a = \frac{2}{5} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$$

원점에서 $\frac{3}{4}$ 까지의 거리의 두 배는 $\left|\frac{3}{4}\right| \times 2 = \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$ 이므로

$$b = \frac{3}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) = 3$$

$$\therefore a \times b = \frac{11}{15} \times 3 = \frac{11}{5}$$